

# Un Asset Allocation para el FEES Informe Resumen<sup>1</sup>

---

Diciembre 2011

por

Eduardo Walker

Profesor Titular

Escuela de Administración

Pontificia Universidad Católica de Chile

---

<sup>1</sup> Este resumen ha sido preparado por el equipo de Finanzas Internacionales del Ministerio de Hacienda a partir del informe final de E. Walker del mismo nombre.

## Tabla de contenido

1.	Introducción .....	3
2.	Objetivos y limitaciones de este trabajo .....	4
3.	Dinámica del FEES.....	4
4.	Objetivo de inversión del FEES .....	5
5.	Principales determinantes de las desviaciones en los Ingresos Fiscales.....	5
6.	Estimación de las “desviaciones” de los ingresos fiscales.....	8
7.	Asignación de Activos ( <i>Asset Allocation</i> ) Óptima .....	12
8.	Resultados .....	14
a.	Volatilidades .....	14
b.	Fronteras eficientes originales y construidas a partir de simulaciones.....	14
c.	Proporciones óptimas en fronteras eficientes originales y construidas a partir de simulaciones.....	17
d.	Metodología de “estudio de eventos” .....	21
e.	Betas de cobertura versus volatilidad de corto plazo .....	21
9.	Conclusiones.....	23
a.	Las carteras óptimas, en general.....	23
b.	Carteras específicas propuestas .....	23
c.	Carteras sujetas a restricciones adicionales.....	27

## 1. Introducción

Desde el año 2001, la política fiscal se ha guiado por la regla de balance estructural, que busca atenuar el efecto de las fluctuaciones cíclicas sobre las finanzas públicas, principalmente en la actividad económica, el precio del cobre y otros factores, los que en último término serían causados por shocks externos. Esto se ha hecho con el objetivo de desvincular el gasto público con la evolución cíclica efectiva de los ingresos fiscales asociándolo más bien con la trayectoria estimada de los ingresos fiscales permanentes o estructurales.

El Fondo de Estabilización Económica y Social (FEES) es un elemento central de la política fiscal antes descrita<sup>2</sup>. En él se acumulan los ingresos fiscales que exceden su tendencia de largo plazo y desde él se retiran los recursos acumulados para financiar déficit fiscales que se originen, como ya se señaló, de las fluctuaciones cíclicas<sup>3</sup> <sup>4</sup>. Dado sus objetivos, el FEES es considerado un fondo de estabilización ya que permite estabilizar y sustentar el gasto público. El uso contracíclico del FEES se apreció en que, por ejemplo, luego de la crisis financiera de 2007-2008, en 2009 se retiraron recursos por alrededor de nueve mil millones de dólares para financiar parte el déficit fiscal. A fines de 2010 el saldo del FEES era de \$12.700 millones de dólares.

En relación a la política de inversiones, la política actual fue diseñada en base a un estudio preliminar llevado a cabo en 2006 por el Ministerio de Hacienda que consideraba únicamente las clases de activo que podía administrar directamente el Banco Central de Chile (BCCh). A fines de 2007, el Comité Financiero (CF) recomendó cambiar dicha política, tomando en cuenta, entre otros factores, un estudio realizado por Mercer. En una primera etapa y como política de transición, el CF recomendó una política de inversión similar para el FEES y para el Fondo de Reserva de Pensiones (FRP). Dicha política sugirió la diversificación del portafolio incorporando a éste la adquisición de bonos corporativos y acciones. Producto de la crisis financiera internacional dicha recomendación no fue implementada y el FEES en la actualidad sigue estando invertido según su política inicial.

---

<sup>2</sup> La Ley de Responsabilidad Fiscal de 2006 estableció las bases legales para la creación de este fondo y fue formalmente creado a través del Decreto con Fuerza de Ley N°1, de 2006, del Ministerio de Hacienda.

<sup>3</sup> Es importante señalar que la acumulación de recursos en el FEES corresponde al superávit efectivo observado en las cuentas fiscales, menos los aportes que se realicen al Fondo de Reserva de Pensiones (FRP). El FRP fue creado en la Ley de Responsabilidad Fiscal de 2006 para complementar el financiamiento de las futuras contingencias fiscales en materia de pensiones.

<sup>4</sup> Según lo establece el Decreto con Fuerza de Ley N°1 los recursos del FEES podrán destinarse a lo siguiente: i) al financiamiento de la Ley de Presupuestos, hasta por el monto que se establezca en dicha ley, y que se incluya en el Cálculo de Ingresos Generales de la Nación respectiva; ii) a la sustitución de ingresos y/o financiamiento de mayor gasto que se produzca durante la ejecución presupuestaria, conforme a las autorizaciones y limitaciones establecidas en la legislación vigente; iii) a las amortizaciones, intereses u otros gastos por concepto de Deuda Pública, incluidos los originados en contratos de canje de tasas de interés y/o monedas; iv) a las amortizaciones, intereses u otros gastos por concepto del pago de Bonos de Reconocimiento a que se refiere el artículo 11 transitorio del decreto ley N° 3.500 de 1980, incluidos los originados en contratos de canje de tasas de interés y/o monedas; v) al financiamiento del aporte a que se refiere la letra a) del artículo 6° de la ley N° 20.128, cuando así lo disponga el Ministro de Hacienda; y vi) al financiamiento de aportes extraordinarios al fondo a que se refiere el artículo 5° de la ley N°20.128, cuando así lo disponga el Ministro de Hacienda.

## 2. Objetivos y limitaciones de este trabajo

El propósito de este estudio, realizado a petición del Ministerio de Hacienda, es evaluar la política de inversiones de largo plazo del FEES. En este trabajo se analizan posibles políticas de inversión y no considera otras alternativas de cobertura de los ingresos fiscales como son la posibilidad de vender cobre a futuro o comprar opciones de venta de cobre<sup>5</sup>. La política escogida debe ser coherente con su carácter de fondo de estabilización. Para ello se desarrolla y calibra un modelo financiero que permite derivar los principales parámetros a ser considerados en ella. En último término, se busca una composición estratégica de activos (o *Strategic Asset Allocation*) óptima, según los objetivos de inversión y las restricciones, que también serán definidas en la política.

## 3. Dinámica del FEES

La primera etapa del estudio es entender conceptualmente como el tamaño del FEES depende de la rentabilidad de sus inversiones, de la regla del balance estructural, y de la incertidumbre respecto a los ingresos efectivos con respecto a lo presupuestado.

Para lo anterior, el FEES se puede modelar en función de la evolución de la rentabilidad de sus inversiones y según los aportes netos (ingresos menos gastos fiscales) que se realicen a él:

$$F_{t+1} = F_t(1 + r_{pt+1}) + I_{t+1} - G_{t+1} \quad (1)$$

Donde  $F_{t+1}$  es el valor del fondo,  $r_{pt+1}$  la rentabilidad,  $I_{t+1}$  son los ingresos fiscales efectivos y  $G_{t+1}$  son los gastos fiscales efectivos en  $t + 1$ . Es decir, el valor del FEES en  $t + 1$  depende de su valor inicial en  $t$ , la rentabilidad del fondo y los aportes netos en  $t + 1$ .

El nivel de gasto efectivo<sup>6</sup> en  $t + 1$  ( $G_{t+1}$ ) está determinado por la regla del balance estructural que lo fija en función del ingreso estructural proyectado ( $I_{t+1}^*$ ) para así lograr dicha meta, definida en función del nivel estructural del PIB para  $t + 1$  ( $PIB_{t+1}^*$ ). Es decir,  $a PIB_{t+1}^* = I_{t+1}^* - G_{t+1}$  donde  $a$  es una constante que representa la meta del balance estructural<sup>7</sup>.

De esta forma, la ecuación (1) puede ser expresada de la siguiente forma<sup>8</sup>:

$$F_{t+1} = F_t(1 + r_{pt+1}) + I_{t+1} - I_{t+1}^* + aPIB_{t+1}^* \quad (2)$$

Definimos como **desviación** ( $D_{t+1}$ ) a la expresión  $I_{t+1} - I_{t+1}^*$  y corresponde a la diferencia entre los ingresos efectivos y los ingresos estructurales en  $t + 1$ . La incertidumbre respecto a los aportes y retiros en el FEES está determinada principalmente por la incertidumbre respecto a los ingresos efectivos (suponiendo que el nivel de gasto efectivo es igual al presupuestado) en relación a lo presupuestado. Para entender esto,  $D_{t+1}$  se puede separar en dos partes:

---

<sup>5</sup> En este trabajo se corrobora que efectivamente la fuente más importante de variabilidad en los ingresos fiscales son las variaciones en el precio del cobre. El uso de instrumentos de derivados para cubrir la volatilidad del cobre podrían lograr el objetivo deseado pero tiene múltiples inconvenientes desde la perspectiva de la implementación.

<sup>6</sup> Para efectos de este estudio se asume que el gasto efectivo es igual al presupuestado.

<sup>7</sup>  $a = 0\%$  si la meta del balance estructural es  $0\%$  del PIB.

<sup>8</sup> El análisis ignora la deuda y los posibles aportes al FRP dado que los objetivos de inversión del FEES no se ven afectados por los usos alternativos a la estabilización del gasto.

$$D_{t+1} \equiv (E_t I_{t+1} - I_{t+1}^*) + (I_{t+1} - E_t I_{t+1}) \quad (3)$$

La primera parte del lado derecho de (3),  $E_t I_{t+1} - I_{t+1}^*$ , corresponde a la desviación predecible de los ingresos fiscales con respecto a los ingresos estructurales en  $t + 1$ . Es decir, en el ejercicio presupuestario el Fisco proyecta que los ingresos efectivos serán superiores o menores al ingreso estructural. La segunda parte,  $I_{t+1} - E_t I_{t+1}$ , corresponde a la parte impredecible o “sorpresa” en los ingresos fiscales. Si  $I_{t+1} > E_t I_{t+1}$  significa que existe un exceso de recursos respecto al ingreso presupuestado, y dependiendo del nivel de gasto, podría existir un superávit fiscal que se traspasaría a los fondos soberanos de acuerdo a las reglas definidas para ello. Al contrario, si el ingreso efectivo es menor al presupuestado, y dependiendo del nivel de gasto, podría existir un déficit fiscal, que debería ser cubierto a través de desembolsos del FEES.

#### 4. Objetivo de inversión del FEES

Teniendo en cuenta lo anterior y los objetivos del FEES, su política de inversión debe diseñarse de tal forma que el fondo compense la volatilidad de los ingresos fiscales para dar estabilidad al gasto fiscal en un horizonte determinado. Por lo tanto, en dicho horizonte, la política de inversión debe cubrir o compensar las sorpresas en los ingresos fiscales que se originan de  $(I_{t+1} - E_t I_{t+1})$ , segundo componente del lado derecho de la ecuación (3). Esto dado que la desviación esperada o anticipada,  $(E_t I_{t+1} - I_{t+1}^*)$ , primer componente del lado derecho de (3), puede considerarse como un activo o un pasivo “cierto”, cuyo valor puede sumarse o restarse del saldo del fondo, según corresponda<sup>9</sup>.

Es importante señalar que para efectos de definir la política de inversión, el objetivo de cubrir la volatilidad de las sorpresas en los ingresos fiscales  $(I_{t+1} - E_t I_{t+1})$  es equivalente a cubrir la volatilidad de  $D_{t+1}$ , dado que  $(E_t I_{t+1} - I_{t+1}^*)$  es predecible a un período. Para plazos mayores, dado que los ingresos estructurales dependen de los ingresos esperados de largo plazo, también se toma en cuenta la variabilidad de la predicción condicional,  $E_t I_{t+1}$ .

#### 5. Principales determinantes de las desviaciones en los Ingresos Fiscales

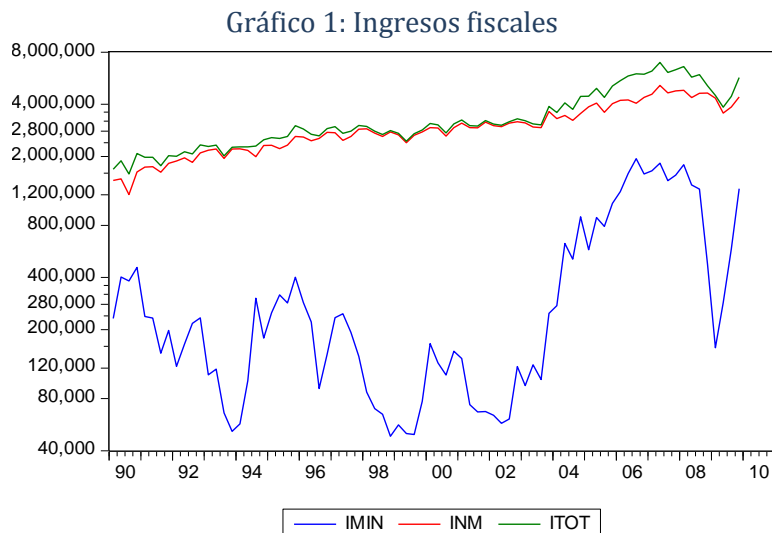
En este contexto, es necesario entender cuáles son los principales componentes de los ingresos fiscales y los factores que inciden en su comportamiento cíclico. A partir de este análisis se podrán estimar las desviaciones de los ingresos efectivos con respecto a los estructurales, lo que permitirá entender su comportamiento e identificar instrumentos financieros que estén en lo posible inversamente correlacionados con ellos. Estos instrumentos serán considerados en la política de inversión del FEES con el fin de que el comportamiento del fondo compense la volatilidad de los ingresos fiscales.

En el caso de Chile el ingreso fiscal se puede separar como la suma de los ingresos fiscales no-mineros ( $I_{NM,t+1}$ ) y los ingresos fiscales mineros ( $I_{MIN,t+1}$ ):

$$I_{t+1} = I_{NM,t+1} + I_{MIN,t+1} \quad (4)$$

<sup>9</sup> Si se consideran más períodos, la política de inversión del FEES debería considerar también la cobertura de cambios en los valores esperados futuros ( $E_t I_{t+1}$ ).

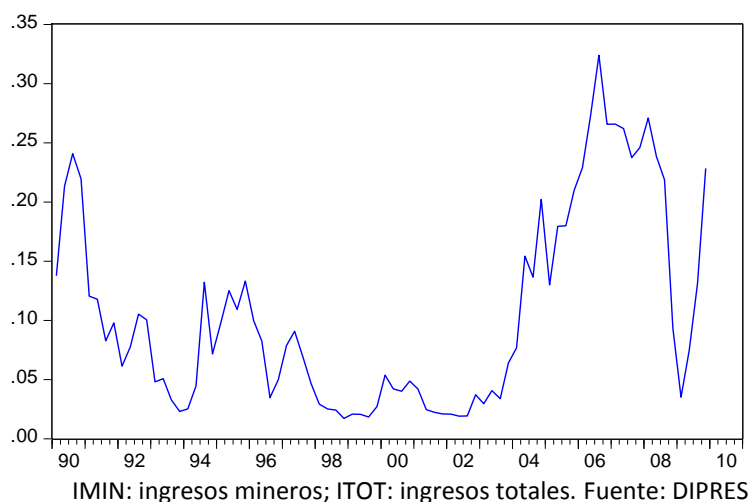
El Gráfico 1 muestra la evolución de los ingresos fiscales, separados en sus componentes minero y no-minero.



Cifras trimestrales en miles de millones de pesos de 2008, ajustadas por IPC. IMIN: ingresos mineros (“cobre bruto”+ingresos tributarios mineros); INM: ingresos no mineros; ITOT: ingresos totales. Fuente: DIPRES

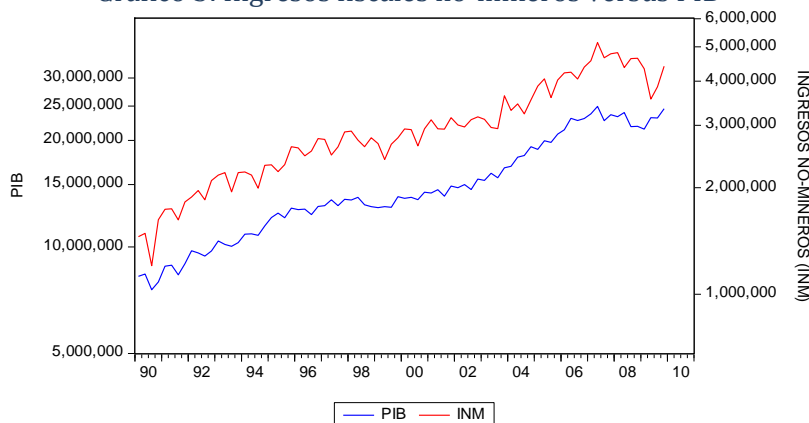
Es importante destacar que la importancia relativa de los ingresos mineros fluctúa significativamente a través del tiempo (Gráfico 2). Por ejemplo, en 1990 los ingresos mineros representaban casi el 25% de los ingresos totales en un trimestre y en 2006 la cifra llegó a 33%. Por otra parte su importancia no alcanzó el 5% del total entre 1998 y 2002. Dado lo anterior se analiza por separado los ingresos mineros y no-mineros junto a sus determinantes.

**Gráfico 2: Importancia relativa de los ingresos mineros en los totales**  
IMIN/ITOT



En el caso de los ingresos no-mineros, una regresión simple (en log-niveles) de estos sobre el PIB, indica que este último es un determinante central de los ingresos no-mineros (Véase Gráfico 3). El resultado indica una elasticidad entre las dos variables cercana a 1 (entre 0,9 y 1,06 con 95% de confianza).

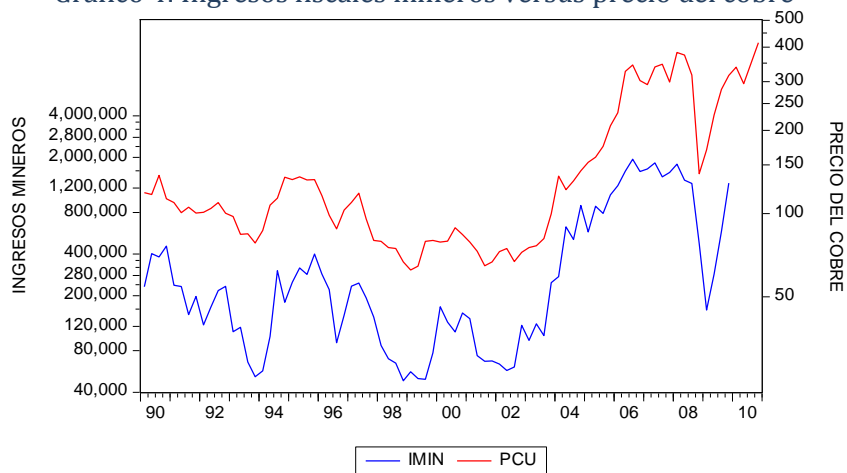
Gráfico 3: Ingresos fiscales no-mineros versus PIB



Cifras trimestrales en miles de millones de pesos de 2008, ajustadas por IPC. INM: ingresos no mineros; PIB: producto interno bruto. Fuente: DIPRES y BCCh.

Por otra parte, en el caso de los ingresos mineros, los resultados de la regresión de estos sobre el precio del cobre y precio del cobre al cuadrado<sup>10</sup> confirman que el precio del cobre es un importante determinante de los ingresos mineros<sup>11</sup>. En el Gráfico 4 se puede observar claramente la correlación entre los ingresos fiscales mineros y el precio del cobre.

Gráfico 4: Ingresos fiscales mineros versus precio del cobre



Fuentes: DIPRES y BCCh.

A partir de estos resultados se puede concluir que los ingresos fiscales están determinados primordialmente por el nivel de actividad (PIB) y por el precio del cobre, principales variables que determinan los ingresos no-mineros y mineros, respectivamente.

Por otra parte, las desviaciones de los ingresos fiscales con respecto a los estructurales se puede separar en sus dos componentes: las desviaciones en los ingresos no-mineros ( $D_{NM,t+1}$ ) y las desviaciones en los ingresos mineros ( $D_{MIN,t+1}$ ). Estos dependerán a su vez de las desviaciones del PIB y del precio del cobre con respecto a sus valores estructurales, respectivamente.

<sup>10</sup> Se incluye un término cuadrático que permite que la sensibilidad de los ingresos fiscales al precio del cobre dependa también del nivel del precio.

<sup>11</sup> Una preocupación técnica es que los errores de estas regresiones tengan raíces unitarias. Los test no las detectan.

La desviación de los ingresos fiscales puede ser aproximada como:

$$D_{t+1} \approx w_{NMt} D_{NM,t+1} + (1 - w_{NMt}) D_{MIN,t+1} \quad (5)$$

donde  $w_{NMt} = \frac{E_t I_{NM,t+1}}{E_t I_{t+1}}$  representa la importancia de los ingresos no-mineros.

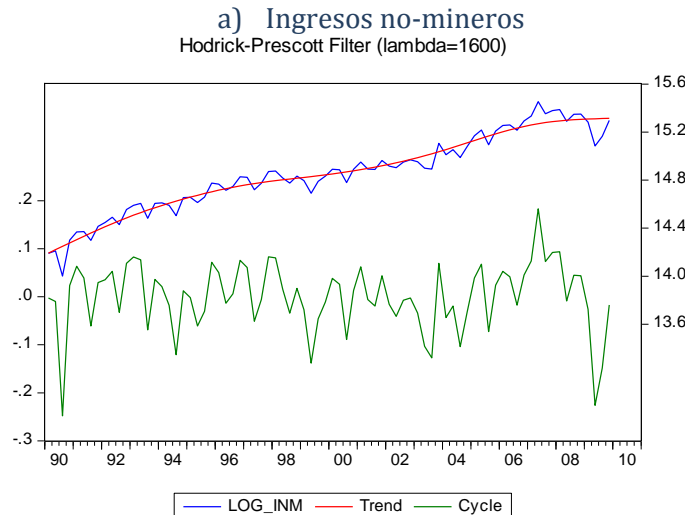
## 6. Estimación de las “desviaciones” de los ingresos fiscales

Para definir la política de inversión del portafolio del FEES es necesario estimar las desviaciones  $D_{t+1}$  que a su vez dependen de las desviaciones de los ingresos no-mineros y mineros en el período de estudio como lo indica (5).

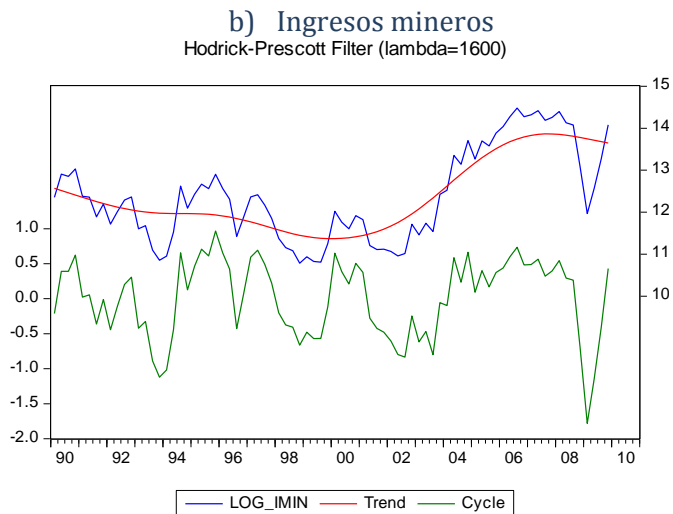
Para lo anterior, se utilizan las dos metodologías siguientes:

**Estimación directa de las desviaciones en los ingresos fiscales (D1):** La desviación de los ingresos mineros y no-mineros puede estimarse utilizando el filtro de Hodrick-Prescott que suaviza los ingresos fiscales y que permite diferenciar el componente cíclico de la tendencia de largo plazo (ingresos suavizados). Los componentes cíclicos de los ingresos mineros y no-mineros son combinados para obtener una estimación de la desviación en los ingresos fiscales totales. Cada componente es ponderado según su importancia relativa a fines del período analizado (a fines de 2009 los ingresos no-mineros representan 82,4% del total, según la proporción de tendencia). (Véase Gráfico 5)

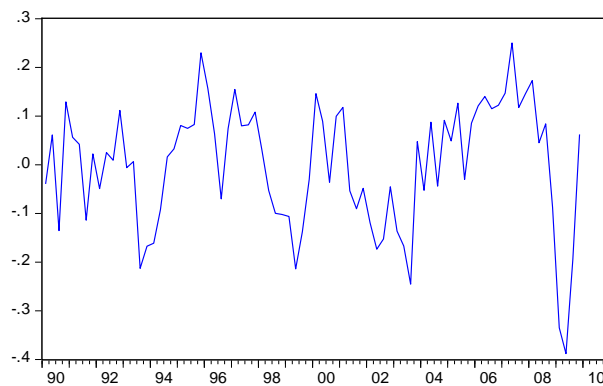
Gráfico 5: Tendencias y componentes cíclicos de los ingresos fiscales







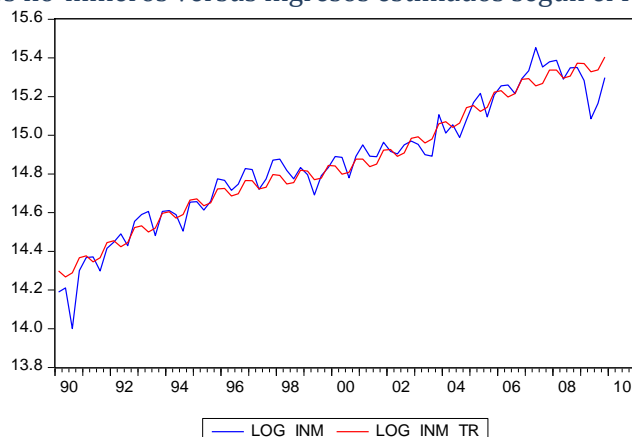
c) “Desviación” combinada (componente cíclico) en los ingresos fiscales (D1)  
S1



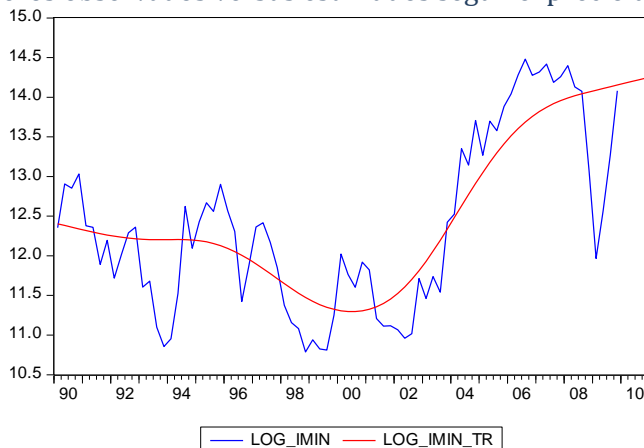
**Estimación indirecta de las desviaciones en los ingresos fiscales (D2):** Otra alternativa considerada para modelar la desviación de los ingresos fiscales mineros y no-mineros es a través de la comparación de los ingresos fiscales observados con una estimación que utilice los valores de tendencia (filtro Hodrick-Prescott) de los *determinantes* en las regresiones descritas anteriormente<sup>12</sup>, PIB y precio del cobre. Se utilizan los mismos ponderadores que para construir D1. D2 resulta similar a D1 (con un coeficiente de correlación de 0,93). (Véase Gráfico 6)

<sup>12</sup> Por ejemplo, las desviaciones de los ingresos no-mineros se calculan al comparar sus valores observados con los estimados reemplazando en la ecuación de regresión el PIB de tendencia según el filtro de Hodrick-Prescott.

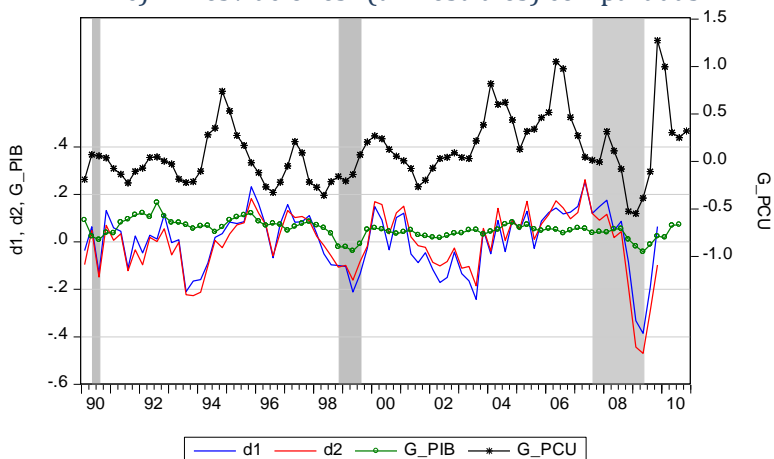
Gráfico 6: Tendencias y componentes cíclicos de los ingresos fiscales a partir de sus determinantes  
 a) Ingresos no-mineros versus ingresos estimados según el PIB de tendencia



b) Ingresos mineros observados versus estimados según el precio de tendencia del cobre



c) “Desviaciones” (trimestrales) comparadas



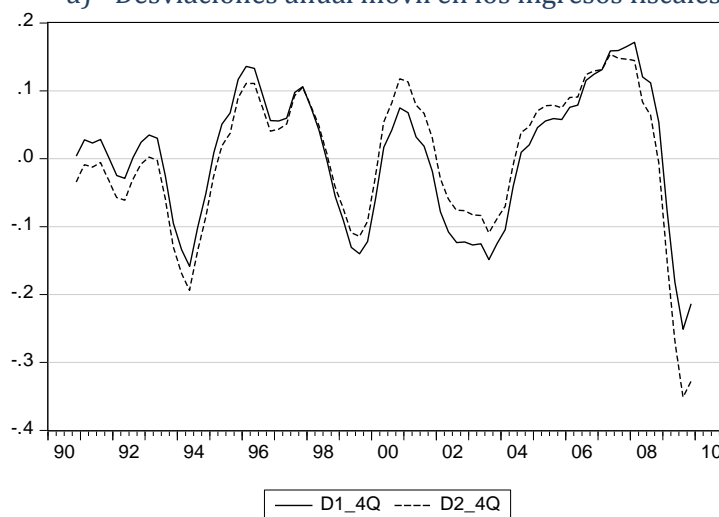
Al comparar la variación en el PIB<sup>13</sup> y en el precio del cobre anual móvil con D1 y D2, existe una mayor dependencia de las desviaciones a las variaciones en el precio del cobre que al crecimiento del PIB (a pesar de la significativa menor importancia de las primeras).

<sup>13</sup> En el gráfico las áreas achuradas muestran épocas de crecimiento anual móvil menor a 1% en el PIB.

Para D1 y D2 se observa una media cercana a cero (en el caso de D1 lo sería por construcción), con una mediana positiva y una larga cola izquierda<sup>14</sup>. Es decir, tal como se ha planteado en la literatura, las desviaciones fiscales son eventos tipo “peso problems” (de larga cola izquierda).

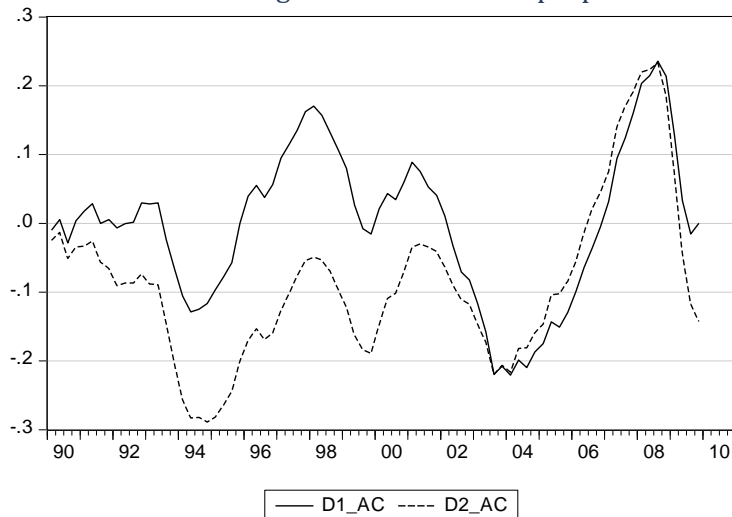
Al analizar las desviaciones fiscales anuales móviles (Gráfico 7a) se observa que en 4 ocasiones han superado el 10% de los ingresos (2,5% del producto trimestral, aproximadamente, ó \$1.250 millones de dólares, según el producto actual). El año 1994 se habría acercado a 20% de los ingresos trimestrales (unos \$2.500 millones de dólares, según el producto actual) y en 2009 la sorpresa habría estado entre 25% y 35% de los ingresos trimestrales (es decir, entre \$3.125 y \$4.375 millones de dólares). Nótese que éstos son valores acumulativos anuales, y en un período más largo de tiempo las desviaciones pueden ser mayores. Por último, un ejercicio interesante es el de “simular” qué habría pasado si se hubiera implementado la versión utilizada aquí de la regla fiscal a comienzos de los 90, acumulando las desviaciones. Las diferencias acumulativas pueden ser significativas. En el año 94 se habría acumulado un déficit de entre 12% y 29% de los ingresos fiscales (trimestrales), aproximadamente; a fines de 2003 el déficit acumulado llega a 20% y hacia fines de 2009 de entre 0% (por construcción) y 14%.

Gráfico 7: Desviaciones anuales y acumulativas  
a) Desviaciones anual móvil en los ingresos fiscales



<sup>14</sup> Lo que se observa en la asimetría, en la diferencia entre el máximo y el mínimo y en la diferencia entre la media y la mediana.

b) Desviación acumulativa en los ingresos fiscales como proporción de los ingresos anuales



## 7. Asignación de Activos (*Asset Allocation*) Óptima

Para determinar la asignación de activos (*asset allocation*) óptima para el FEES es además necesario definir una función de utilidad que refleje el objetivo a maximizar a través de la política de inversiones.

La regla fiscal considera que el Fisco puede gastar sus ingresos estructurales o de largo plazo y los déficit o superávit se suavizan con el FEES. La forma funcional para la función objetivo que más se asemeja al funcionamiento de la regla fiscal es una que considere que se consume un ingreso esperado de largo plazo *más* el fondo. Por lo tanto, se supuso que el *asset allocation* óptimo tiene por objetivo maximizar un determinado bienestar (utilidad) esperado asociado al nivel de consumo *promedio* en un determinado horizonte. Se supone que en promedio a través del tiempo se consume el ingreso fiscal (promedio) y el saldo del fondo más su rentabilidad acumulada en un horizonte de tiempo determinado ( $\tau$ )<sup>15</sup>. Se estudian diferentes horizontes, pero el que se escoja finalmente debe ser coherente con el ciclo de los ingresos fiscales.

En este caso particular, se desea maximizar el valor esperado en  $t$  de la siguiente función de utilidad<sup>16</sup>:

$$U(\bar{C}_\tau) = \frac{1}{1-\gamma} \bar{C}_\tau^{1-\gamma} \quad (6)$$

Donde  $\bar{C}_\tau$  es el consumo promedio en un horizonte de tiempo determinado ( $\tau$ ) y  $\gamma$  es una constante que representa la aversión al riesgo<sup>17</sup>.  $\bar{C}_\tau$  es una función que depende de los ingresos fiscales promedios  $\bar{I}_\tau$  en  $\tau$ , del valor del FEES en  $t$  ( $W_t$ ), y de la rentabilidad acumulada ( $S_{p\tau}$ )<sup>18</sup> en  $\tau$ .

<sup>15</sup> Para simplificar el problema, en la práctica esta formulación ignora las rentabilidades sobre los aportes y retiros al fondo.

<sup>16</sup> Se consideró una función de utilidad de aversión de riesgo relativa constante (CRRA) debido a que permite capturar de forma simple el comportamiento natural de las personas frente al consumo: función creciente (preferencia de consumir más), utilidad marginal decreciente y coeficiente de aversión al riesgo explícito.

<sup>17</sup> El coeficiente de aversión al riesgo  $\gamma$  modela el comportamiento natural de las personas frente a decisiones en las que se exponen a incertidumbre. Mientras mayor sea el coeficiente de aversión al riesgo, mayor será la preferencia por flujos de consumo con menor incertidumbre.

$$\bar{C}_\tau = \frac{e^{w_t + \sum_{k=1}^{\tau} r_{pt+k}}}{\tau} + \bar{I}_\tau = \frac{e^{w_t + S_{p\tau}}}{\tau} + \bar{I}_\tau \quad (7)$$

Al reemplazar (7) en el valor esperado de (6), se obtiene una función que depende de las siguientes variables:

$$G(E_t S_{p\tau}, \text{var}(S_{p\tau}), \text{var}(S_{i\tau}), \text{cov}(S_{p\tau}, S_{i\tau}), \gamma, \tau, w_t) \quad (8)$$

Donde  $E_t S_{p\tau}$  es el valor esperado de la rentabilidad acumulada del portafolio entre  $t$  y  $\tau$ ,  $\text{var}(S_{p\tau})$  es la varianza de la rentabilidad acumulada hasta  $\tau$ ,  $\text{var}(S_{i\tau})$  es la varianza de los ingresos fiscales acumulados hasta  $\tau$ ,  $\text{cov}(S_{p\tau}, S_{i\tau})$  es la covarianza de la rentabilidad del portafolio y los ingresos fiscales, ambos acumulados hasta  $\tau$ ,  $\gamma$  es la aversión al riesgo, y  $w_t$  corresponde a logaritmo del valor del fondo en  $t$ .

Como se puede observar en (8), la función requiere estimar la estructura de riesgo acumulada del portafolio (rentabilidad esperada y estructura de covarianzas de los instrumentos considerados en el portafolio, entre ellos y con los ingresos fiscales). Para hacer estas estimaciones, se supone que las variables consideradas siguen un proceso de vectores auto-regresivos ( $X_t$ ) donde cada variable en ese vector depende de todas las variables consideradas y de sus valores rezagados. Es decir el vector:

$$X_t = \begin{bmatrix} r_{0t} \\ r_t - r_{0t} \\ d_t \\ e_t \end{bmatrix} \quad (9)$$

sigue un proceso VAR(2):

$$X_t = A_0 + A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \varepsilon_t \quad (10)$$

Utilizando la metodología de Campbell y Viceira (2004), se supone que  $X_t$  está compuesto por (i) un activo de referencia ( $r_{0t}$ ), (ii) una serie de excesos de retornos para otras clases de activo ( $r_t - r_{0t}$ ), (iii) las desviaciones en los ingresos fiscales mineros y no-mineros ( $d_t$ ), y (iv) variables de estado ( $e_t$ ). Es importante señalar nuevamente que en el vector auto-regresivo se utilizan las desviaciones y no los ingresos fiscales mineros y no-mineros ya que se supone tienen la misma variabilidad (condicional)<sup>19</sup>. Asimismo, se utilizan como variables de estado el *term spread* (pendiente de la curva de tasas de Estados Unidos) y el *credit spread* (diferencia entre tasas de bonos *investment grade* y bonos del Tesoro de Estados Unidos), debido a su poder predictivo sobre el resto de las variables. Se supone que  $\varepsilon_t$  son shocks aleatorios no correlacionados en el tiempo. Nótese que las desviaciones impredecibles o sorpresas en los ingresos mineros y no-mineros son parte del vector  $\varepsilon_t$ .

Las clases de activo consideradas en el análisis fueron renta fija de corto y largo plazo en diferentes "monedas de reserva" (USD, EUR, JPY, GBP, CHF), además de bonos corporativos *investment grade* y *high yield* y acciones globales<sup>20 21</sup>. Se consideró como el activo de referencia ( $r_{0t}$ ) el Treasury Bill de EE.UU., cuyos retornos son expresados en UF.

<sup>18</sup> La letra S es utilizada para expresar la suma. En este caso,  $S_{p\tau} = (\tau - t)\bar{r}_{p\tau}$ , es decir, es igual a la rentabilidad promedio hasta  $\tau$ , acumulada  $\tau - t$  veces.

<sup>19</sup> Además, las desviaciones serían estacionarias mientras que los niveles de los ingresos fiscales no lo son.

<sup>20</sup> A partir de un análisis de impulso-respuesta se seleccionaron las clases de activo a incluir en el estudio y el rezago a utilizar en (10).

<sup>21</sup> El oro se consideró inicialmente pero fue excluido ya que no resultó un activo especialmente útil para efectos de cobertura.

Los parámetros  $A_1$  y  $A_2$  se estiman a partir de una regresión utilizando los datos trimestrales para cada una de las variables en  $X_t$  en el periodo 1990Q1 hasta 2009Q4. Con esta estimación se calculan las varianzas y covarianzas de todas las variables consideradas en el vector  $X_t$  para diferentes horizontes de inversión, que son utilizados para obtener las soluciones óptimas, es decir, los pesos relativos de las clases activo que maximizan el valor esperado de (6). En este estudio las rentabilidades esperadas corresponden a los valores dados por las tasas de interés de largo plazo, ajustadas por iliquidez, inflación esperada y, en el caso de bonos corporativos, por probabilidad de no pago y tasas de recuperación. La rentabilidad esperada accionaria de largo plazo se basa en el estudio de Dimson, Marsh y Staunton (2006).  $A_0$ , se ajusta para reflejar las rentabilidades esperadas obtenidas en esta forma.

Una solución analítica aproximada al problema de optimización muestra que ésta se puede separar en dos componentes: (i) uno **especulativo** y (ii) uno de **cobertura**. El primero corresponde a la solución sin considerar la influencia de los ingresos fiscales y proviene de una frontera eficiente sin activo libre de riesgo<sup>22</sup> y que favorece a las clases de activo que maximizan el retorno ajustado por volatilidad. La segunda representa la demanda por cobertura (*hedging*) que otorga importancia a aquellas clases de activo que estabilizan el nivel de consumo. Es decir, este componente favorece las clases de activo cuyos retornos tengan covarianzas menores (en lo posible negativas) con las desviaciones de los ingresos fiscales. Este componente también incluye una demanda por cobertura de activos que ayudan a contrarrestar una eventual apreciación de la moneda local.

Las demandas por cobertura tendrán mayor importancia relativa mientras menor sea el tamaño del fondo en relación a los ingresos fiscales. Asimismo, mientras mayor es la aversión al riesgo, mayor es la demanda por cobertura con el fin de minimizar la volatilidad el consumo acumulado esperado.

## 8. Resultados

### a. Volatilidades

Los resultados de las estimaciones econométricas ratifican la importancia de los ingresos mineros para explicar la volatilidad de los ingresos fiscales totales. En efecto, considerando un horizonte de inversión de 3 años, por ejemplo, la volatilidad de los ingresos mineros contribuye directa e indirectamente con alrededor de 92% de la volatilidad total (64% vía varianza en los ingresos mineros y 28% vía covarianza entre ingresos mineros y no-mineros), a pesar de que los ingresos mineros representarían menos del 20% de los ingresos totales.

### b. Fronteras eficientes originales y construidas a partir de simulaciones

La frontera eficiente representa la relación retorno/riesgo óptima que maximiza el valor esperado de (6) para distintos niveles de aversión al riesgo. La frontera eficiente se calculó de dos formas. La primera utilizando los datos trimestrales históricos desde 1990 hasta 2009, denominada “frontera eficiente original”. La segunda se calculó como un promedio de fronteras eficientes simuladas (metodología de

---

<sup>22</sup> Desde el punto de vista de Chile, al invertir el FEES en el exterior, no existe un activo libre de riesgo ya que todas los instrumentos están influenciados por la paridad peso-dólar.

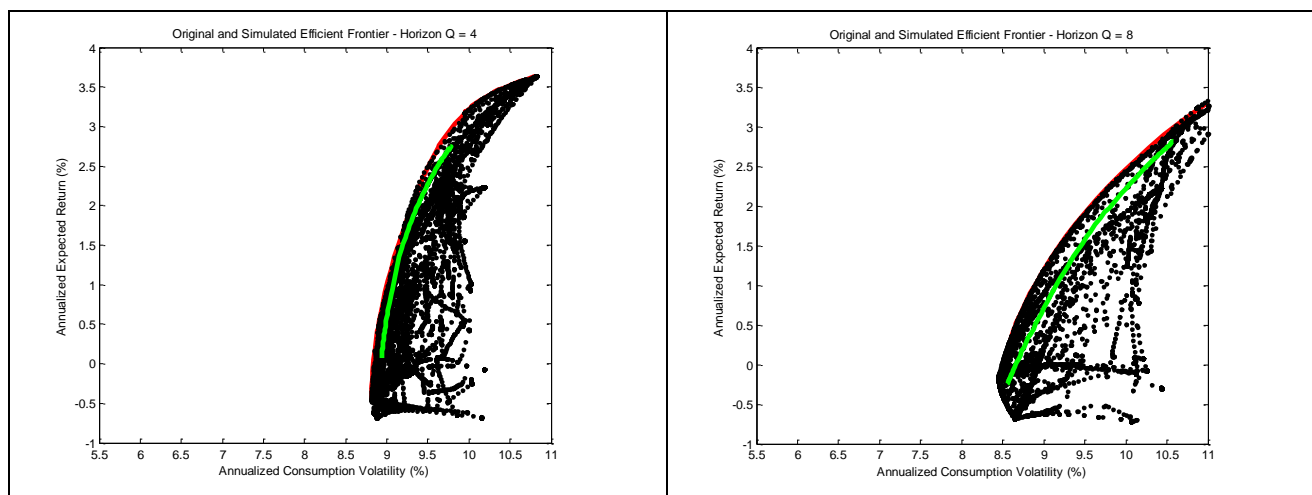
Michaud extendida a procesos VAR)<sup>23</sup> con el fin de aumentar la robustez de la optimización, al obtener soluciones más diversificadas y menos sensibles a cambios<sup>24</sup> en los parámetros de entrada del modelo de optimización<sup>25</sup>. Esta solución se denomina “frontera eficiente simulada”.

En el Gráfico 8 se presenta la frontera eficiente original (línea de color rojo y envolvente) y la frontera eficiente simulada (línea de color verde al interior que corresponde al promedio de las soluciones de las simulaciones) para distintos horizontes de inversión (1, 2, 3 y 5 años) y para las dos definiciones de las desviaciones (D1 y D2). La nube de puntos negros al interior de la frontera eficiente original representa la estructura de retorno/riesgo obtenidas mediante las simulaciones aleatorias. Es importante señalar que la línea verde representa una solución más robusta y diversificada al problema aunque ligeramente interior con respecto a la original (ver proporciones en cada clase de activo más abajo).

Estos gráficos muestran algo que se sospechaba desde un comienzo: la variabilidad en los ingresos subyacentes es muy alta como para ser compensada significativamente por el comportamiento de las clases de activo consideradas. Esto se nota en los rangos para los niveles absolutos de la volatilidad. Nótese que para el horizonte de 20 trimestres, la volatilidad mínima por unidad de tiempo tiende a disminuir con respecto a horizontes menores (la frontera se desplaza a la izquierda), lo que implica reversión a la media. En todo caso, no debe olvidarse que las volatilidades presentadas en los gráficos son anualizadas. Las desviaciones estándares acumulativas deben multiplicarse por la raíz cuadrada del número de años en el horizonte. Éstas por lo tanto son substanciales, a pesar de la reversión a la media.

Con respecto al uso de D1 versus D2, el principal impacto que tiene adoptar D2 es que tiene mayor volatilidad lo que se ve reflejado en el mayor rango de dispersión (eje X) al usar dicha definición.

Gráfico 8 a) Sin ventas cortas – Desviaciones D1



<sup>23</sup> La metodología de Michaud utilizada en este estudio considera las siguientes etapas. En la primera, se simulan los retornos, desviaciones y variables de estado en forma trimestral para un período de 20 años a partir de los procesos VAR estimados ( $A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$ ) utilizando la información histórica. En la segunda etapa, nuevos  $A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$  son estimados a partir de una regresión utilizando las variables simuladas en la primera etapa. Posteriormente, para cada simulación se estiman las ponderaciones óptimas que maximizan (6) utilizando los nuevos  $A_0$ ,  $A_1$  y  $A_2$  y los retornos, desviaciones y variables de estado históricos. Finalmente, las soluciones simuladas se promedian entre ellas para obtener una nueva solución, la frontera eficiente simulada.

<sup>24</sup> Los estimadores de los parámetros son variables aleatorias, por lo que la estimación tiene cierta incertidumbre.

<sup>25</sup> Las soluciones óptimas fueron obtenidas con algoritmos numéricos de maximización dado que facilitan la incorporación de restricciones sobre las soluciones (por ejemplo restringir las ventas cortas de activos financieros).

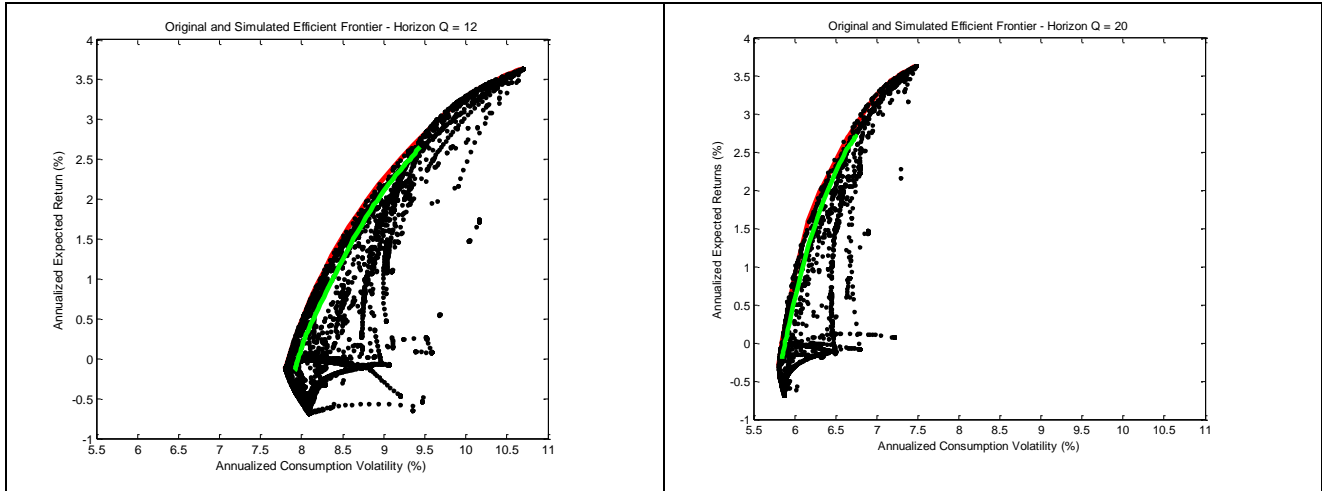
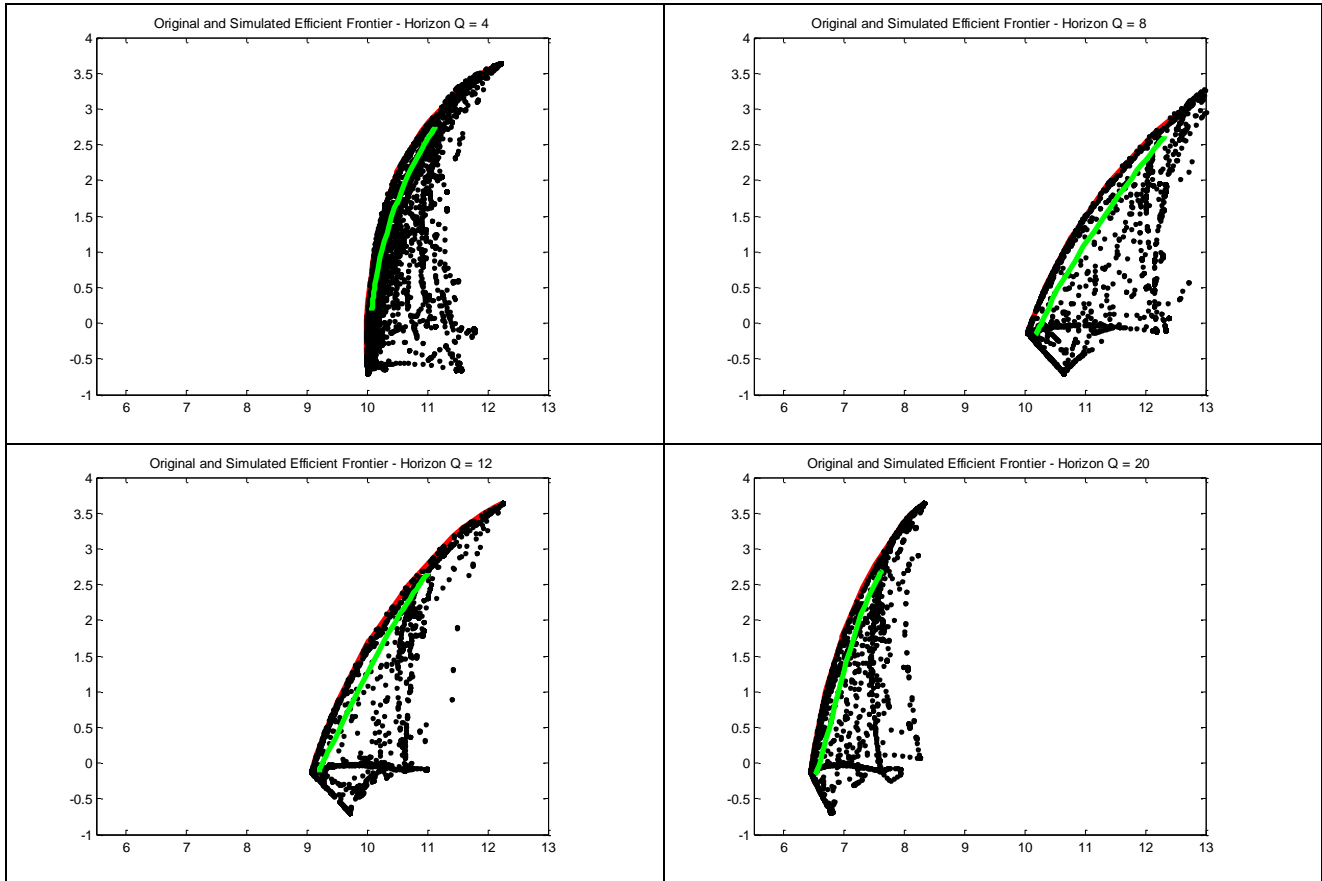


Gráfico 8 b) Sin ventas cortas – Desviaciones D2





## c. Proporciones óptimas en fronteras eficientes originales y construidas a partir de simulaciones

### a) Resultados sin considerar ventas cortas

El Gráfico 9 presenta las proporciones en cada clase de activo para distintos niveles de tolerancia al riesgo correspondientes a las fronteras eficientes originales y simuladas. Esta información se presenta para distintos horizontes de inversión (1, 2, 3 y 5 años) y para las dos definiciones de desviaciones (D1 y D2).

Como se esperaba, los portafolios están muy concentrados en solamente algunos activos en la frontera eficiente original. Esto se soluciona en parte con las fronteras eficientes simuladas ya que incluyen un mayor número de activos, mejorando la diversificación de las carteras (metodología de Michaud).

Con horizonte de un año (4 trimestres), considerando D1, para la mínima tolerancia al riesgo, según la frontera original se invierte en bonos en Yen de corto plazo y bonos en Libras de largo plazo<sup>26</sup>. Los primeros son paulatinamente sustituidos por Yen largo, bonos corporativos y acciones a medida se aumenta la tolerancia al riesgo. Los resultados basados en las fronteras simuladas mantienen la importancia relativa del Yen, corto y largo y desde el comienzo invierten en clases de activo de mayor riesgo. También se mantiene, para distintas tolerancias al riesgo, aproximadamente 20% del portafolio en Libras. Considerando D2, el Yen largo reemplaza a las Libras largo a bajos niveles de tolerancia al riesgo en las carteras obtenidas de la frontera original. A su vez, los bonos *High Yield* toman el lugar de bonos corporativos a medida que aumenta la tolerancia al riesgo. Por otra parte, las carteras resultantes de las fronteras simuladas son particularmente similares a las de D1.

Con horizonte de dos años (8 trimestres) y la especificación D1, tanto en la frontera original como en la simulada, aumenta notablemente la importancia de Yen corto y largo en la demanda de cobertura (correspondiente a la mínima tolerancia al riesgo). En el caso de la frontera eficiente simulada hay una inversión pequeña (no significativa, de alrededor de 3%) en Libras cortas que tiende a mantenerse y adquiere importancia el Franco suizo largo. En este caso las clases de activo de mayor riesgo demoran más en entrar, pero todavía lo hacen temprano, para grados de aversión al riesgo relativamente altos ( $\gamma = 20$ ). En el caso de la definición D2, en las demandas de cobertura domina el Yen largo.

Considerando un horizonte de inversión a 12 trimestres, las fronteras eficientes originales que utilizan ambas definiciones de las desviaciones tienen inversión total en Yen largo para la máxima aversión al riesgo. Luego a medida que se aumenta la tolerancia al riesgo entra el Franco suizo largo en una proporción pequeña que no se aprecia en el gráfico, para luego incorporar las clases de activo de mayor riesgo y ningún otro tipo de renta fija. La frontera simulada tiene, naturalmente, mayor diversificación, y el portafolio más conservador para D1 tiene 50% en Yen largo, 30% en Yen corto, 15% en Francos largos y alrededor de 5% en Euros largos. Las clases de activo de mayor riesgo también entran relativamente temprano. Tomando D2 como referencia, la diferencia en las carteras simuladas es que el Yen largo tiende a mantener su mayor importancia relativa, incluso para los casos con mayor tolerancia al riesgo.

Por último, para el caso de la inversión con horizonte de 20 trimestres, los resultados basados en D1 son similares a los encontrados para horizontes menores, aunque en un comienzo se invierte la importancia relativa de Yen corto y largo. La frontera eficiente simulada de mínimo riesgo tiene alrededor de 20% en

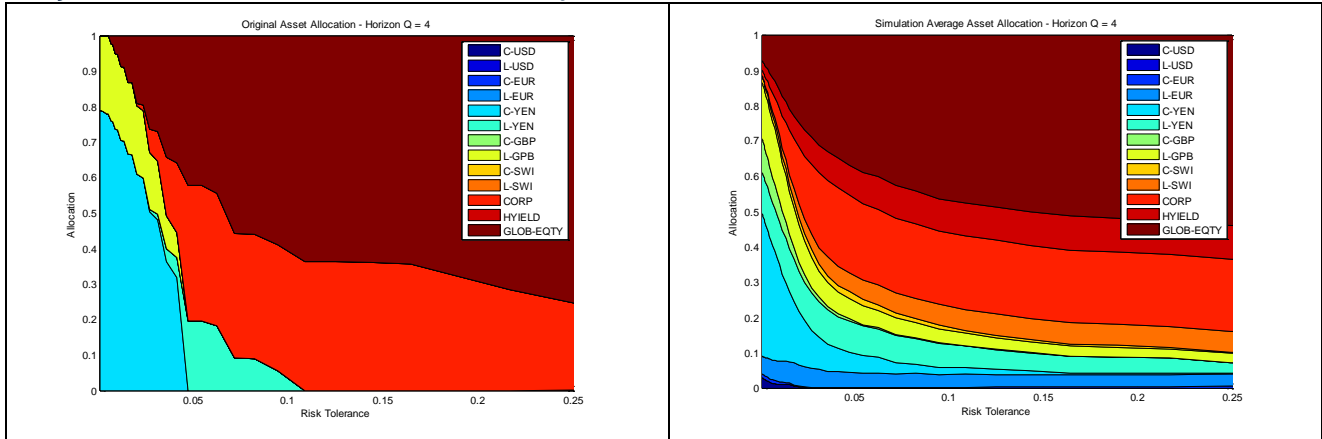
---

<sup>26</sup> Para ahorrar espacio, “Yen corto” y “Libras largo”, por ejemplo, querrán decir “bonos de corto plazo denominados en Yen” y “bonos de largo plazo denominados en Libras”, respectivamente.

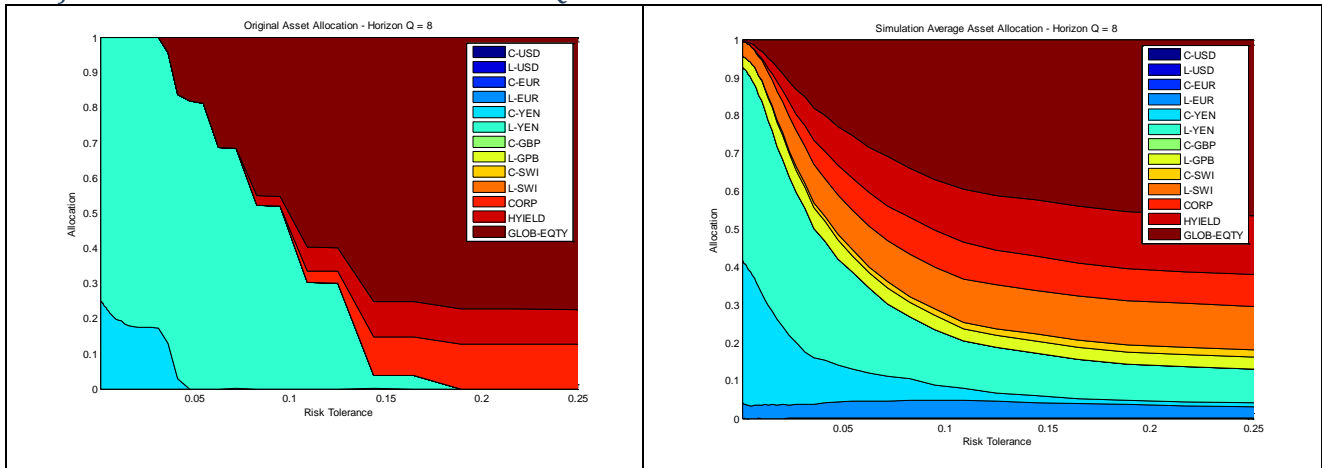
Franco suizos largos, y cantidades similares en Yen corto y largo (casi 40% cada uno). En el caso de la definición D2, las carteras de mínimo riesgo tienen más Yen.

Gráfico 9  
 Proporciones óptimas en fronteras eficientes y simuladas

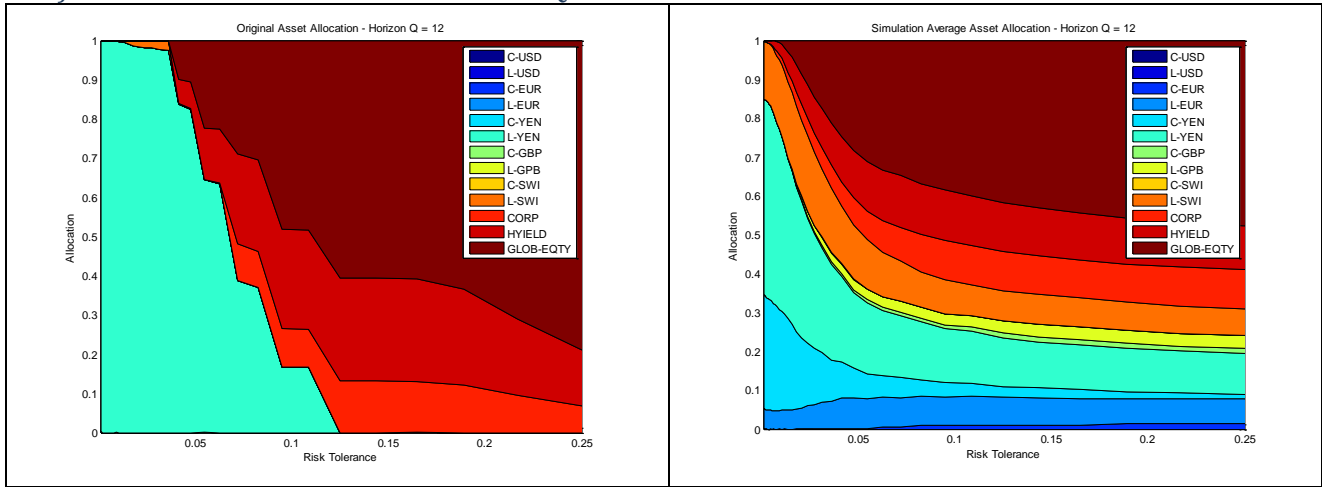
a.1) Sin ventas cortas – Desviaciones D1 – Q = 4



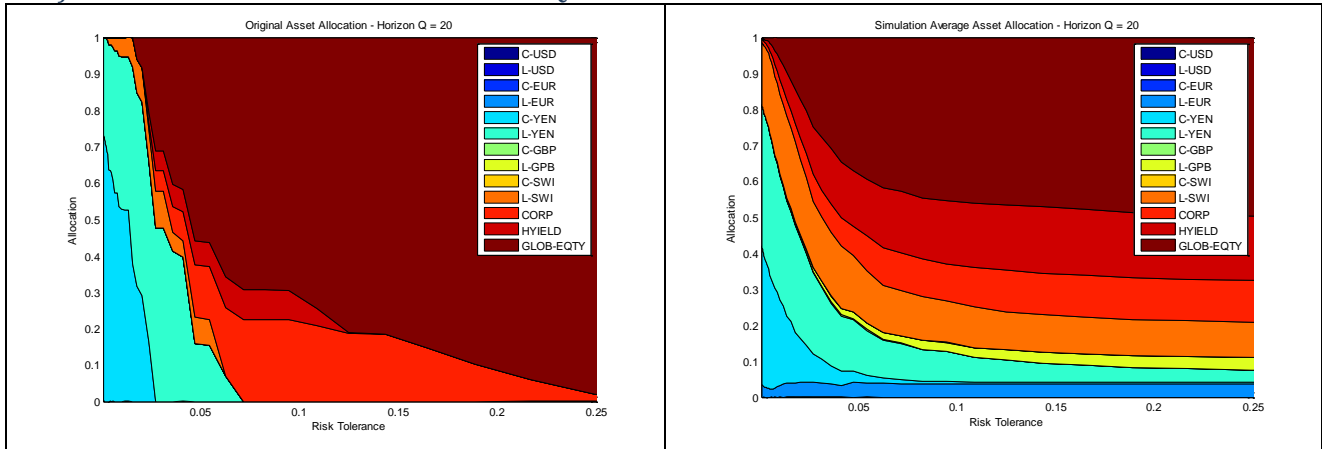
a.2) Sin ventas cortas – Desviaciones D1 – Q = 8



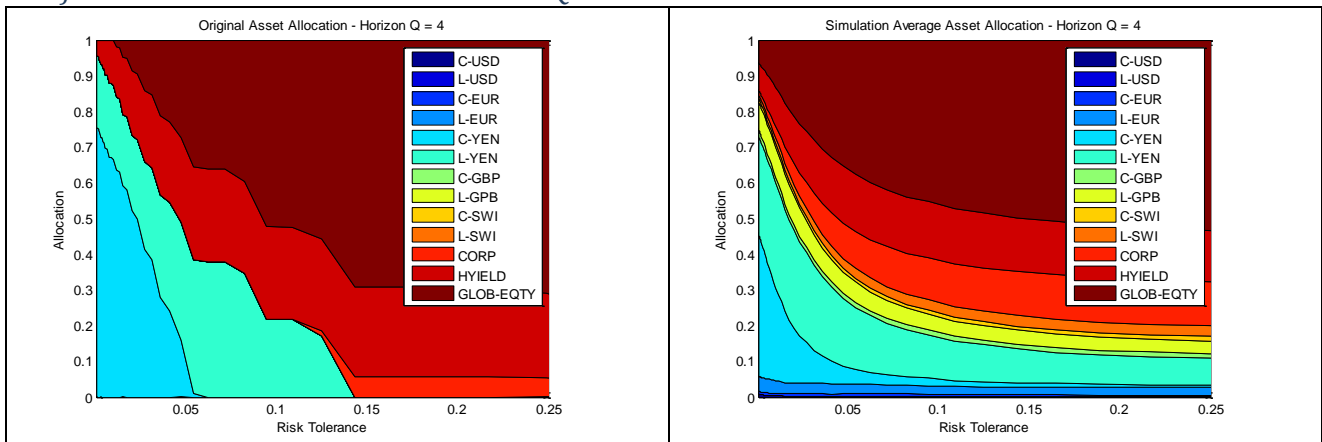
a.3) Sin ventas cortas - Desviaciones D1 - Q = 12



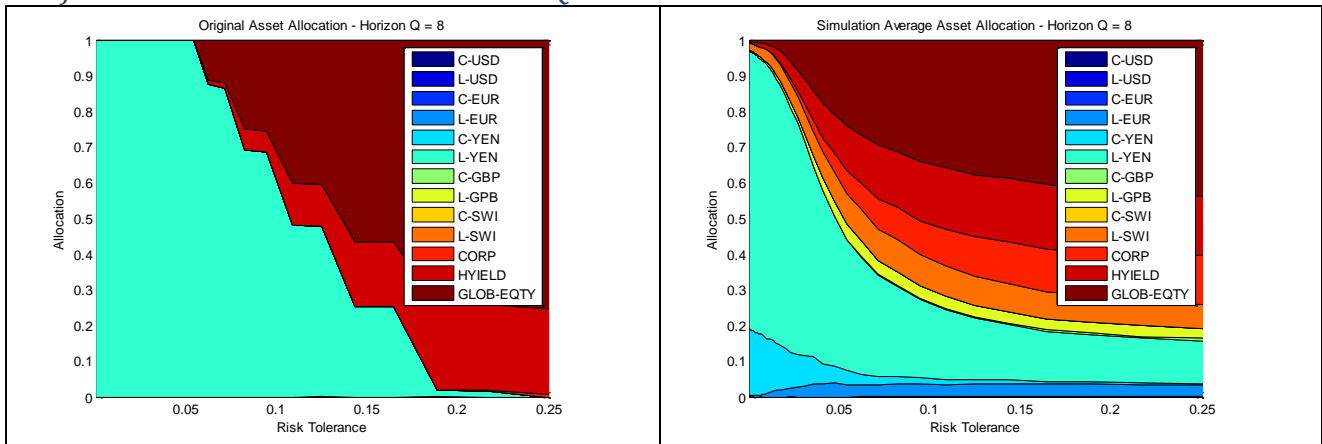
a.4) Sin ventas cortas - Desviaciones D1 - Q = 20



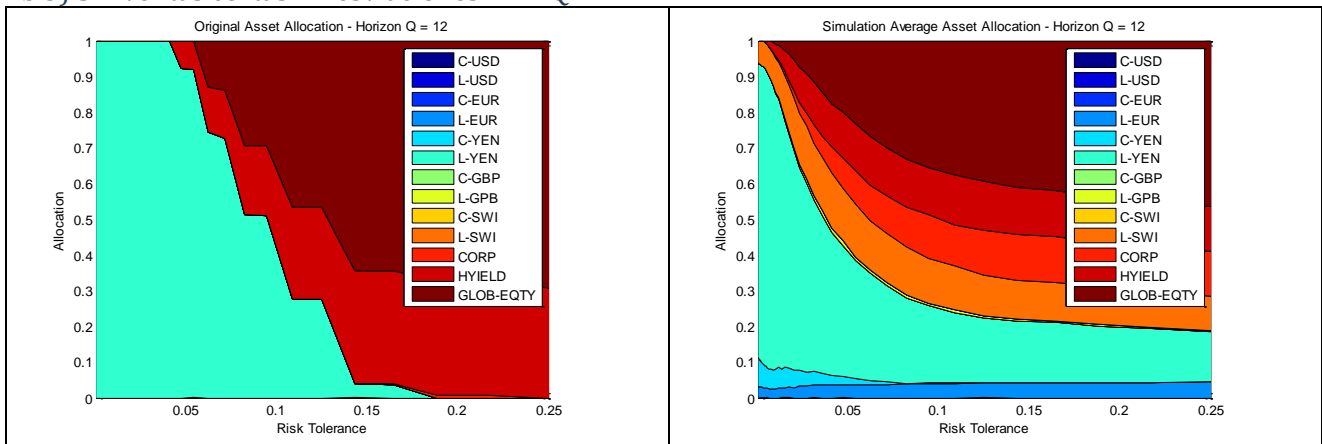
b.1) Sin ventas cortas - Desviaciones D2 - Q = 4



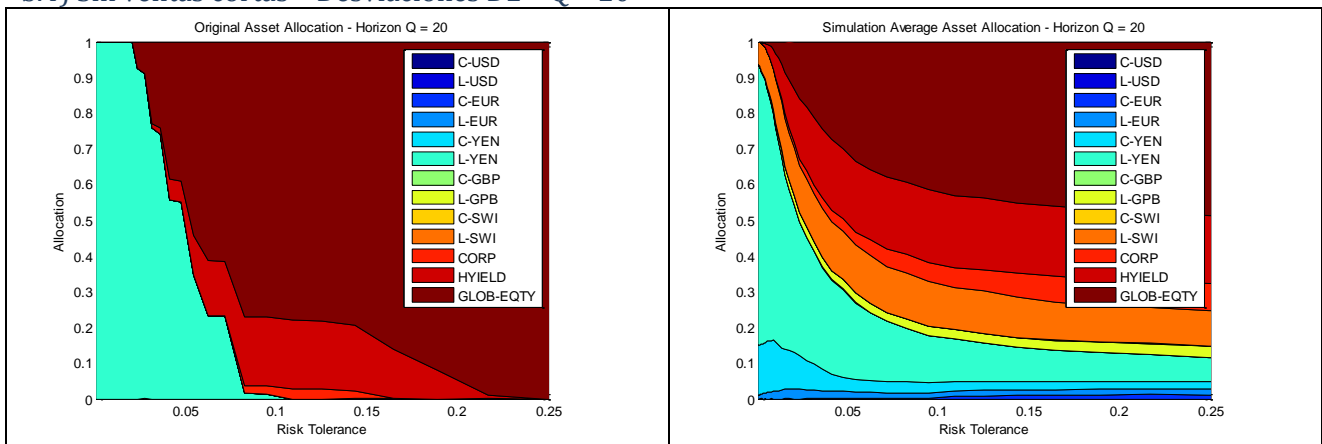
b.2) Sin ventas cortas - Desviaciones D2 - Q = 8



b.3) Sin ventas cortas - Desviaciones D2 - Q = 12



b.4) Sin ventas cortas - Desviaciones D2 - Q = 20



## b) Resultados considerando ventas cortas parciales

Se consideró además la posibilidad de ventas cortas de bonos estatales de corto plazo, para reflejar el efecto de una posible cobertura entre monedas extranjeras<sup>27</sup>. Al permitir dichas ventas cortas (o la cobertura entre monedas extranjeras) los resultados mostraron que se tiende a exacerbar la concentración de las carteras en las clases de activo con mejor capacidad estimada de cobertura. Los resultados con ventas cortas no se presentan en este informe.

## d. Metodología de “estudio de eventos”

Para verificar la robustez de los resultados anteriores se realizó un ejercicio adicional completamente no-paramétrico – es decir, que no depende de estimaciones de varianzas, covarianzas ni rentabilidades esperadas. Se identificaron los mínimos en el ciclo histórico de los ingresos fiscales y se estudió el comportamiento de las diferentes clases de activo en torno a dichos mínimos. Todos los mínimos se reunieron en la fecha “T=0” y se analizó el comportamiento promedio de las diferentes clases de activo antes, durante y después de esa fecha. Los resultados se presentan en el siguiente Cuadro 1. Puede apreciarse que, efectivamente, la inversión en Yen largo (y en menor medida, corto) es la que mejor desempeño ha tenido en períodos cercanos a los mínimos históricos en los ingresos fiscales. Euros largos Francos suizos largos siguen al Yen largo en términos de rentabilidad en torno a los mínimos.

Cuadro 1 - Desviaciones y retornos geométricos acumulativos promedios entre trimestres t-8 y t

N	T	D1_4Q	D2_4Q	CP USA	LP USD	CP EUR	LP EUR	CP JPY	LP JPY	CP GBP	LP GBP	CP Swiss	LP Swiss	Corp	Corp HY	RVG	Oro
5	-4	0.0774	0.0001	0.0337	0.1277	0.0277	0.1059	0.0432	0.115	0.0064	0.0749	0.0356	0.111	0.0689	0.0143	-0.0679	0.0513
5	-3	-0.0651	-0.135*	0.0649	0.2028*	0.0969	0.2101*	0.1625	0.262*	0.0226	0.1435	0.1243	0.2296*	0.1241*	0.051	-0.0097	0.0751
5	-2	-0.2531*	-0.2997*	0.0678	0.2018*	0.0922	0.2213*	0.1271*	0.2608*	0.0339	0.1615	0.1052	0.2083*	0.1311*	0.1094	-0.0064	0.085
5	-1	-0.3653*	-0.398*	0.0396	0.1325*	0.0735	0.1812	0.0981	0.2094*	0.0236	0.1149	0.0674	0.1408	0.1122*	0.14	0.0221	0.0391
5	0	-0.418*	-0.4465*	0.0338	0.1271*	0.1111	0.1952*	0.167*	0.2774*	0.0579	0.1327	0.1104*	0.1678	0.1188*	0.1622*	0.0495	0.0902
5	1	-0.3362*	-0.3747*	0.0173	0.1029	0.1064	0.1772	0.1571	0.2841*	0.0489	0.1189	0.118*	0.175*	0.1063	0.1901*	0.1238	0.0943
4	2	-0.1589	-0.1664*	0.0024	0.0868	0.0461	0.125	0.1123	0.2545*	0.0466	0.1324	0.0256	0.0768	0.0881	0.1817*	0.1806	-0.0269
4	3	0.0266	0.0298	0.0248	0.1255	0.0925	0.1778	0.1747	0.3607*	0.0666	0.1622	0.0963	0.1667	0.1258	0.2104*	0.2082	-0.0172
4	4	0.1445*	0.1561	0.0338	0.1742	0.0719	0.1851	0.1864	0.4136*	0.0628	0.1697	0.0707	0.6446	0.171	0.2782*	0.2085	-0.0017

\*Resultado significativo al 5% una cola

## e. Betas de cobertura versus volatilidad de corto plazo

Se define un “Beta de Cobertura” (Beta) para explicitar la calidad de cobertura de los portafolios óptimos sobre las desviaciones de los ingresos fiscales. Éste corresponde conceptualmente al coeficiente de regresión de los retornos de los diferentes portafolios sobre las desviaciones en los ingresos fiscales a un plazo dado. El coeficiente de regresión es la covarianza entre los retornos y las desviaciones en los ingresos fiscales dividido por la varianza en los ingresos fiscales. Este parámetro se puede calcular para diferentes plazos, representando la sensibilidad estimada de los retornos acumulados sobre las desviaciones fiscales acumuladas. Por ejemplo, si el Beta es negativo, una desviación negativa de los ingresos fiscales estaría acompañada de retornos positivos en el portafolio.

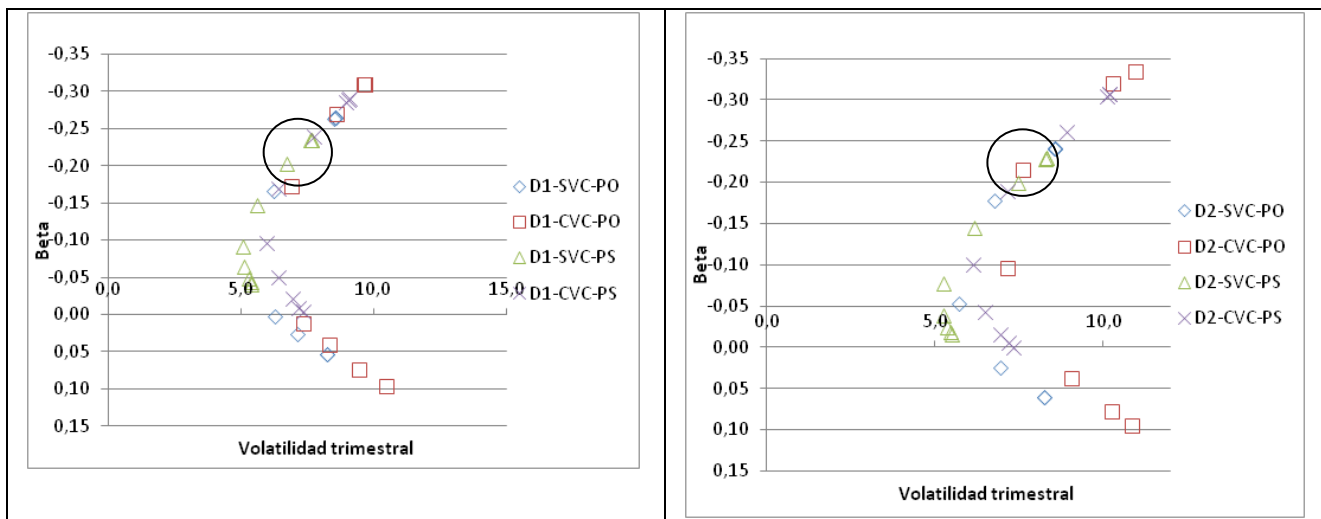
Estos Betas se estimaron a partir de los vectores auto-regresivos utilizando la matriz de covarianzas a 12 trimestres plazo de los retornos totales en UF. Se utilizaron 12 trimestres ya que guarda cierta correspondencia con el ciclo de los ingresos fiscales.

<sup>27</sup> Cobertura cambiaria es equivalente a deuda en una moneda (una posición corta) para invertir en otra.

El Gráfico 10 presenta el *trade-off* entre el Beta trienal versus la desviación estándar histórica trimestral de los retornos del portafolio. Se aprecia que portafolios con ventas cortas y provenientes de las fronteras originales proveen mejor cobertura, pero también implican asumir mayor volatilidad.

A partir de estos resultados se sugiere escoger entre las carteras que están en la parte creciente del gráfico (nótese que los ejes Y están en orden inverso). Para Betas en torno a -0,25 con respecto a los ingresos trimestrales (-1, con respecto a los anuales)<sup>28</sup>, las carteras más conservadoras basadas en las fronteras simuladas sin ventas cortas serían adecuadas, pero la elección final depende también en cierta medida de la tolerancia al *headline risk*.

Gráfico 10 Betas de Retornos a 12Q con respecto a desviaciones fiscales trienales a 12Q



Los puntos en los gráficos representan la desviación estándar histórica trimestral de los retornos del portafolio versus el Beta con respecto a los ingresos fiscales en un horizonte de 12 trimestres para portafolios seleccionados. “PO” corresponde a portafolios basados en las fronteras originales; “PS”, fronteras simuladas; “SVC”, sin ventas cortas; “CVC”, con ventas cortas.

<sup>28</sup> Es importante tener en cuenta que las desviaciones acumuladas en los ingresos fiscales (y sus varianzas y covarianzas) se han medido con respecto a los ingresos trimestrales. Así, una desviación de 100% con respecto a los ingresos trimestrales equivale a una desviación de 25% en los ingresos anuales. Por lo tanto, un Beta de (por ejemplo) -0.2 con respecto a las desviaciones trimestrales (que implica un retorno de -20%, dada la desviación fiscal trimestral de 100%) equivale a un Beta de -0.8 con respecto a las desviaciones medidas con respecto a los ingresos anuales (ya que  $25\% \times (-0.8) = -20\%$ ).

## 9. Conclusiones

Este trabajo busca obtener carteras de inversión cuyas rentabilidades tiendan a compensar las desviaciones adversas en los ingresos fiscales con respecto a sus valores de tendencia. Estas desviaciones obedecen principalmente a cambios inesperados en el precio del cobre.

### a. Las carteras óptimas, en general

Dadas las relaciones desfasadas existentes entre los retornos de las diferentes clases de activo y las desviaciones en los ingresos fiscales, el “efecto horizonte” para escoger carteras de inversión parece ser importante. Esto se aprecia en que las formas de las fronteras eficientes varían según el horizonte. Comparando, por ejemplo, los resultados para horizontes de 1 y 3 años, se aprecia una mayor importancia de bonos de largo plazo para el horizonte mayor.

Diversos análisis permiten concluir que la inversión en Yen, a corto y a largo plazo, principalmente, y la inversión en bonos de largo plazo denominados en Francos suizos y bonos en Euro de largo plazo, en menor medida, son las principales clases de activo que ayudan a cubrir el riesgo en los ingresos fiscales.

Los resultados indican que por sí solas las carteras que ayudan a la cobertura del riesgo en los ingresos fiscales poseen altas volatilidades (medidas en UF), similares a las de invertir en renta variable. Esta volatilidad es necesaria al momento de cubrir un “pasivo” cuyo valor es a su vez volátil. Por lo tanto, habría un *trade-off* entre volatilidad de corto plazo (que implica *headline risk*) y capacidad de cobertura de sorpresas adversas en los ingresos fiscales.

Las carteras basadas en la metodología extendida de Michaud tienen un mayor grado de diversificación y tendrían mejor desempeño que las carteras obtenidas en base a una optimización tradicional (con pasivos). La recomendación general es adoptar carteras relativamente conservadoras obtenidas en base a dicha metodología.

### b. Carteras específicas propuestas

El Cuadro 2 muestra las características específicas de carteras recomendadas. Se presentan carteras para “Alta”, “Media” y “Baja” aversión al riesgo, para fronteras simuladas sin ventas cortas, considerando las definiciones D1 (primera columna del Cuadro 2) y D2 (segunda columna del Cuadro 2). Adicionalmente se presenta un análisis de sensibilidad (tercera columna del Cuadro 2) que se explica en 9.c). En estos tres casos se optó por un horizonte de inversión de 3 años ya que guarda relación con el ciclo histórico de los precios del cobre, reflejado en los mínimos históricos en los ingresos fiscales, que ocurren, muy aproximadamente, con dicha frecuencia. Sin embargo, extender o acortar el horizonte en alrededor de un año no afecta de manera significativa los resultados.

Cuadro 2: Características de carteras recomendadas

Aversión al riesgo	12Q - D1 - F. Simul. - SVC			12Q - D2 - F. Simul. - SVC			12Q - D1 - F. Simul. - SVC R = 50%		
	Alta	Media	Baja	Alta	Media	Baja	USD+EUR		
							Alta	Media	Baja
C-USD	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4.1	2.9	5.9
L-USD	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.5	6.5	16.9
C-EUR	0.1	0.0	1.4	0.0	0.0	0.1	5.1	4.3	6.1
L-EUR	5.0	4.9	6.3	0.1	2.5	3.8	39.2	38.0	23.5
C-YEN	29.4	22.0	1.3	6.2	3.8	0.5	11.5	6.2	0.0
L-YEN	50.2	39.4	10.5	88.6	74.8	10.3	34.0	28.1	3.0
C-GBP	0.0	0.2	1.2	0.0	0.6	1.2	0.0	0.0	0.0
L-GBP	0.0	0.4	3.3	0.6	0.9	3.6	0.0	0.3	0.0
C-CHF	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.0
L-CHF	15.0	19.8	6.8	4.3	8.3	11.3	3.4	5.8	4.7
CORP	0.0	3.0	10.2	0.0	1.0	6.9	0.0	0.6	3.6
HY	0.3	6.0	11.3	0.2	4.2	13.9	0.1	2.6	8.5
GLOB-EQTY	0.0	4.4	47.7	0.0	3.9	48.4	0.2	4.6	27.9
Rentabilidad Esperada (UF, anualizada, %)	0.10	0.52	2.74	0.26	0.55	2.80	0.17	0.47	1.67
Estadísticos históricos trimestrales (UF, %)									
Media	0.45	0.6	0.8	0.64	0.7	0.8	0.67	0.8	0.8
Mediana	0.2	0.0	0.8	0.2	0.2	0.7	0.6	0.3	1.5
Desv Est	7.7	6.7	5.3	8.3	7.5	5.4	6.9	6.4	4.7
Max	34.3	29.3	11.6	36.3	32.0	11.7	30.5	27.5	14.8
Min	-13.3	-12.3	-12.8	-18.4	-16.2	-13.3	-11.5	-11.4	-10.9
BETA (cobertura fiscal)	-0.23	-0.20	-0.05	-0.23	-0.20	-0.02	-0.14	-0.12	-0.03

Específicamente, se recomienda adoptar una cartera con aversión al riesgo “Media” (carteras representadas en los círculos grandes del Gráfico 10), ya que la calidad de la cobertura (según el Beta con respecto a las desviaciones fiscales) decrece *poco* con respecto a la cartera con “Alta” aversión al riesgo, aumenta la rentabilidad esperada y se reduce la volatilidad y los valores extremos de las rentabilidades que habría obtenido históricamente. No se recomiendan las carteras asociadas a “Baja” aversión al riesgo porque, a pesar de tener mayor rentabilidad esperada, como es de esperarse, la calidad de la cobertura empeora significativamente (tal como se refleja en un Beta con respecto a los ingresos fiscales cercano a cero, lo que indica nula capacidad de cobertura).

Las carteras asociadas a las definiciones de desviaciones D1 y D2 aunque son similares en términos de rentabilidad esperada, volatilidad y capacidad de cobertura, para la aversión al riesgo “Media” difieren en su composición específica. En virtud de la mayor diversificación que muestra la cartera asociada a D1, se recomienda ésta<sup>29</sup>.

Para comparar esta cartera con la política de inversión actual para el FEES, se utilizan los siguientes supuestos. La inversión actual del FEES tiene USD 50%, EUR 40% y Yen 10%. La Duración de la cartera es 2,5 años, que se supone igual para cada moneda. Los índices de corto plazo en las tres monedas tienen una duración aproximada de 0,125 años. Los bonos de largo plazo en USD, EUR y Yen utilizados en el estudio, en promedio, tienen Duraciones de Macaulay (estimadas empíricamente para todo el período muestral) de 7,1, 8 y 8,3 años, respectivamente. Esto implica

<sup>29</sup> Se consideró la posibilidad de que el fondo a ser invertido tenga un valor de 17 mil millones de dólares en lugar de los 13 mil millones utilizados en los ejercicios. Conceptualmente, aumentar el tamaño del fondo equivale a disminuir la importancia relativa de la demanda por cobertura. En términos prácticos, el cambio en dicho parámetro implica cambios no significativos en las carteras óptimas, especialmente en las resultantes del proceso de simulación. El único cambio observable sería el equivalente a una disminución marginal en la aversión al riesgo, en el caso de las fronteras simuladas. Por lo tanto, no se justificaría repetir el análisis anterior cambiando sólo este parámetro.



que para visualizar aproximadamente el comportamiento histórico del *benchmark* actual deben usarse las proporciones presentadas en el Cuadro 3.

**Cuadro 3: Proporciones aproximadas cartera actual**

	Duración	Proporción en cada moneda (%)	Proporción en Total (%)
C-USD	0.125	66	33
L-USD	7.100	34	17
C-EUR	0.125	70	28
L-EUR	8.000	30	12
C-YEN	0.125	71	7
L-YEN	8.300	29	3
C-GBP	-	-	-
L-GBP	-	-	-
C-CHF	-	-	-
L-CHF	-	-	-
CORP	-	-	-
HY	-	-	-
GLOB-EQTY	-	-	-

NOTA: proporciones estimadas de la cartera actual del FEES, construida de modo tal que la duración de la cartera sea 2,5 años, al igual que la duración para cada moneda.

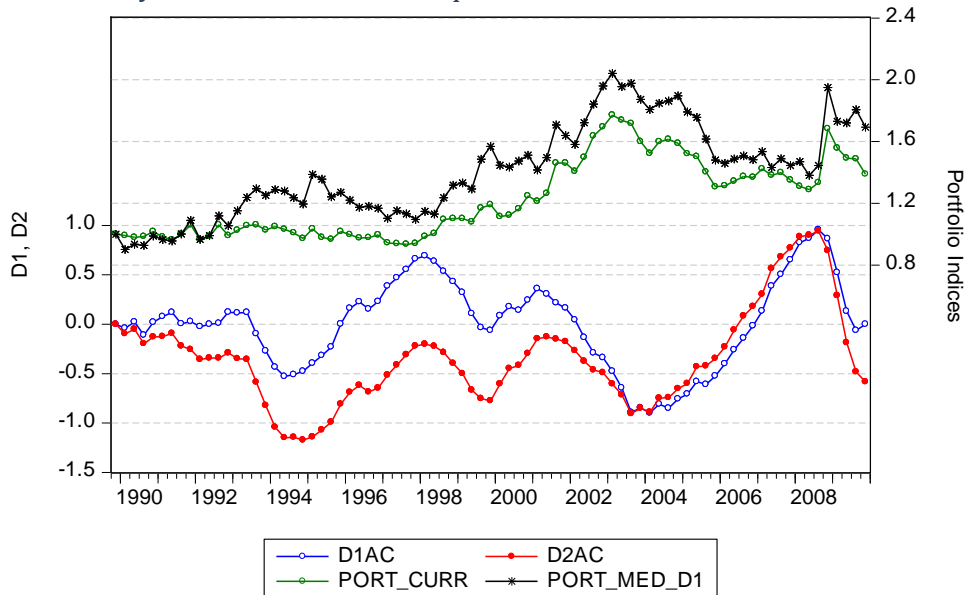
La columna Duración muestra el parámetro correspondiente para cada índice utilizado en este estudio.

Los resultados para el portafolio actual y propuesto para el FEES se presentan en el Gráfico 11. Las rentabilidades acumuladas se comparan con las desviaciones acumuladas en los ingresos fiscales (D1 y D2). Se presentan los resultados en la forma de índices (parte a) y además en términos monetarios (parte b), para lo cual se supone que el fondo inicialmente tiene \$13 mil millones de dólares y que los ingresos fiscales esperados trimestrales son \$ 12,5 mil millones de dólares. Incidentalmente, nótese que, dada una covarianza o un Beta, mientras mayor sea el saldo acumulado en el fondo, más probable es que la rentabilidad contra-cíclica encontrada sea suficiente como para cubrir los déficit fiscales, sin afectar el saldo del fondo.

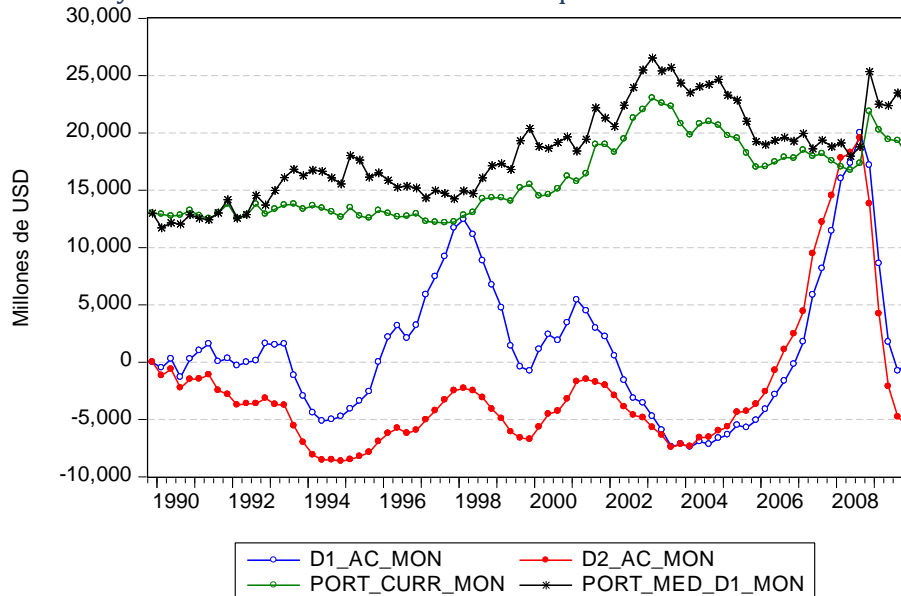
Gráfico 11

Retornos y ganancias acumulativas vs. desviaciones acumulativas en los ingresos fiscales

a) Desviaciones D1 y D2 versus índices de riqueza



b) Desviaciones D1 y D2 valoradas versus índices de riqueza valorados



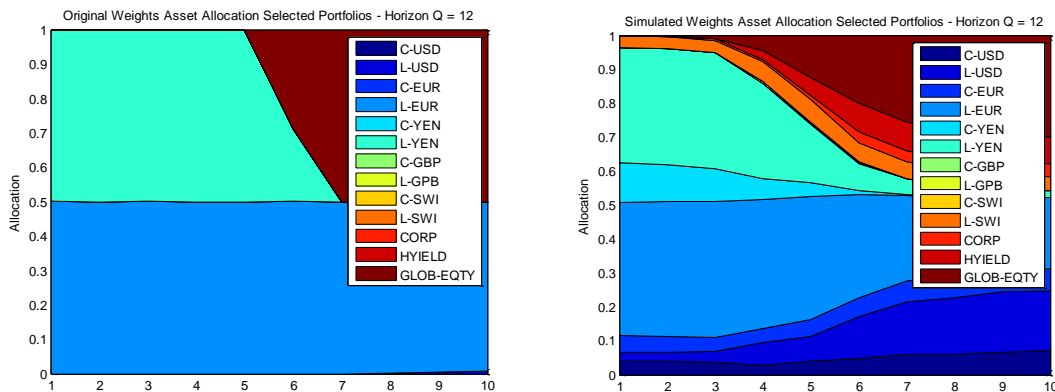
Nota: "PORT\_CURR" representa el portafolio actual del FEES; "PORT\_MED\_D1" representa el portafolio recomendado; D1AC y D2AC son las desviaciones acumuladas en los ingresos fiscales. La parte (a) considera desviaciones acumuladas logarítmicas (como proporción de ingresos esperados) e índices de rentabilidad acumulada en UF. La parte (b) considera las mismas variables pero llevadas a valor monetario. Se supone que el saldo inicial invertido es \$13 mil millones de dólares y que el ingreso fiscal esperado trimestral es \$12,5 mil millones de dólares.

Dicho gráfico ilustra que, efectivamente, el portafolio propuesto es más contra-cíclico que el portafolio actual. Por ejemplo, los años de déficit 1994 y 1999 la cartera actual del FEES no habría aumentado de valor mientras que la propuesta sí lo habría hecho. Para la caída de ingresos en torno al año 2004 ambas carteras habrían aumentado de valor de manera relativamente similar. Por último, en la crisis más reciente (2008-2009) se observa que la cartera propuesta tiene una rentabilidad mayor y que, además, ésta tiende a ser más persistente.

### c. Carteras sujetas a restricciones adicionales

Las carteras óptimas recomendadas poseen baja inversión en instrumentos denominados en Dólares y en Euros en comparación con la estructura actual de la cartera, que contempla un 90% en ambas monedas. Dado lo anterior, se ha solicitado explorar las carteras resultantes de imponer como restricción exógena una inversión mínima sumada en Dólares y Euros de 50%. Los resultados se presentan en el Gráfico 12.

Gráfico 12  
Portafolios óptimos sujetos a restricción de 50% en USD+EUR



En el caso de la frontera eficiente original, el resultado es extremo: el 50% en Euro y Dólares se va completamente a Euro a largo plazo. Hasta la cartera 7 de 10 la otra mitad se invierte en Yen de largo plazo.

En las carteras provenientes de las simulaciones, la mitad se invierte de manera similar a lo encontrado en el punto 9.b y en el 50% restringido predomina el Euro a largo plazo. Los resultados se muestran en las últimas tres columnas del Cuadro 2. En general se aumenta la inversión en el Euro largo a costa de Yen largo. También se puede apreciar que la calidad de la cobertura se reduce a aproximadamente la mitad.