

CONSEJO  
FISCAL  
AUTÓNOMO

12/2024

# Documentos de trabajo

## Ajuste Estacional: Análisis de Variables Fiscales

Metodología X13-ARIMA-SEATS

Documento de trabajo No. 3

**Autor:**

Gabriel A. Valenzuela Vicencio

The logo consists of the letters 'CFA' in a large, bold, serif font. The 'C' is significantly larger than the 'F' and 'A', and they are all interconnected. The 'F' and 'A' are positioned to the right of the 'C'.

# Ajuste Estacional: Análisis de Variables Fiscales

## Metodología X13-ARIMA-SEATS\*

Gabriel A. Valenzuela Vicencio\*\*

Diciembre 2024

### Resumen

La Dirección de Presupuestos (Dipres) del gobierno de Chile realiza mensualmente la presentación de los resultados correspondientes a la ejecución de ingresos y gastos de todas las instituciones del Gobierno Central. Estos informes abarcan el transcurso del año actual y están vinculados a los presupuestos aprobados en la Ley de Presupuestos correspondiente a ese mismo año. La evaluación de estos resultados se realiza en función de variables que, debido a su propia naturaleza, podrían verse afectadas por componentes estacionales que darían lugar a posibles distorsiones en las conclusiones acerca de sus comportamientos subyacentes. En este sentido, el propósito de este documento es proporcionar un marco teórico y práctico utilizado por el Consejo Fiscal Autónomo (CFA) para realizar un ajuste estacional de estas variables de interés y así lograr un análisis coyuntural más apropiado sobre la situación fiscal de Chile. Para lograrlo, se adoptó el enfoque X13-ARIMA-SEATS desarrollado por la Oficina de Censo de Estados Unidos (*U.S. Census Bureau*) y el esquema del Banco Central Europeo (ECB). Aunque los informes de ejecución mensual publicados por la Dipres abarcan diversas variables de ingresos y gastos, únicamente 16 de ellas cumplieron con los criterios estadísticos requeridos para el ajuste estacional. Las variables que no cumplieron con estos criterios quedaron excluidas del ajuste, debido, entre otras cosas, a la ausencia de un componente estacional identificable. Para ejemplificar el proceso, se realizó la desestacionalización de la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción del Gobierno Central.

Palabras claves: *Desestacionalización, Tendencia-ciclo, Metodología X13-ARIMA-SEATS, Series de tiempo, Sector público, Variables fiscales, Dirección de Presupuestos, Consejo Fiscal Autónomo.*

Clasificación JEL: *C01, C22, H50, H60, H83*

---

\* Las opiniones expresadas en este documento son de exclusiva responsabilidad del autor y pueden no coincidir con las del Consejo Fiscal Autónomo. Se agradece a Jorge Rodríguez, Sebastián Izquierdo, Mario Arend, Camila Saldívia, Hugo Osorio y Joaquín Álvarez por sus invaluable comentarios y sugerencias.

\*\* Economista senior de la Gerencia de Estudios del Consejo Fiscal Autónomo de Chile (CFA). Cualquier comentario escribir a [gvalenzuela@cfachile.cl](mailto:gvalenzuela@cfachile.cl)

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Aspectos teóricos del ajuste estacional</b>	<b>6</b>
2.1. Métodos de ajuste estacional . . . . .	8
2.2. Procedimiento para el ajuste estacional . . . . .	9
2.3. Método directo e indirecto para series agregadas . . . . .	10
<b>3. Metodología X13-ARIMA-SEATS</b>	<b>11</b>
3.1. Módulo regARIMA: ajuste previo . . . . .	11
3.1.1. Modelo general regARIMA . . . . .	12
3.1.2. Transformación . . . . .	12
3.1.3. Variables de regresión . . . . .	14
3.1.4. Identificación del modelo SARIMA(p d q)(P D Q) <sub>s</sub> . . . . .	15
3.1.5. Diagnósticos de ajuste previo . . . . .	16
3.2. Módulo X11: ajuste estacional . . . . .	17
3.2.1. Contrastes de estacionalidad . . . . .	17
3.2.2. Algoritmo X11 . . . . .	19
3.2.3. Diagnósticos de calidad . . . . .	21
<b>4. Aplicación método X13-ARIMA-SEATS</b>	<b>22</b>
4.1. Análisis gráfico . . . . .	22
4.2. Transformación . . . . .	26
4.3. Elección de calendario y modelamiento de <i>outliers</i> . . . . .	27
4.4. Identificación del modelo SARIMA . . . . .	31
4.5. Contrastes de estacionalidad en la serie de gasto . . . . .	32
4.6. Análisis de estacionalidad residual . . . . .	34
4.7. Calidad del ajuste . . . . .	35
4.8. Análisis de resultados . . . . .	36
<b>5. Conclusión</b>	<b>38</b>
<b>Referencias</b>	<b>38</b>
<b>Anexos</b>	<b>41</b>
A Series fiscales desestacionalizadas . . . . .	41
B Diagnóstico ajuste previo: normalidad de los residuos . . . . .	43
C Código programa X13 . . . . .	46
D Ficha técnica series fiscales desestacionalizadas . . . . .	47

# 1. Introducción

El análisis de series estadísticas desempeña un papel crucial en el ámbito económico y fiscal, permitiendo a analistas y responsables de políticas entender la evolución de variables a lo largo del tiempo. No obstante, estas series a menudo muestran patrones sistemáticos, como estacionalidades, que pueden complicar la identificación del comportamiento subyacente y relevante para el análisis económico coyuntural (mes a mes). En este contexto, para facilitar la interpretación y evaluación del estado de la economía, se aplican procesos de desestacionalización, los cuales eliminan estos patrones, facilitando comparaciones más claras y directas entre períodos adyacentes. Por ello, diversas instituciones internacionales, como la Oficina de Censo de Estados Unidos (Findley y col., 1998), el Banco Central Europeo (ECB, 2000), la Oficina Europea de Estadísticas (Eurostat, 2018) y el Instituto Nacional de Estadísticas y Geografía (INEGI) de México (INEGI, 2017), así como entidades nacionales, como el Instituto Nacional de Estadísticas (INE) (Cortes y Martin, 2018) y el Banco Central de Chile (BCCh) (Cobb y Jara, 2013), han adoptado estándares y metodologías robustas para el análisis y ajuste estacional de sus datos, permitiéndoles proporcionar datos más precisos y útiles para la toma de decisiones económicas.

Un ejemplo del impacto práctico de este procedimiento se observa en el Índice Mensual de Actividad Económicas (Imacec) del BCCh<sup>1</sup>. Al aplicar el ajuste estacional a esta serie, es posible identificar si las variaciones en el crecimiento económico corresponden a una tendencia estructural o son efectos transitorios asociados a factores como festividades o ciclos agrícolas. Este enfoque analítico proporciona a los responsables de política económica herramientas más precisas para determinar si es necesario implementar estímulos adicionales o si el crecimiento observado es inherente y sostenible en el tiempo.

La Dirección de Presupuestos realiza mensualmente la presentación de los resultados correspondientes a la ejecución de ingresos y gastos del Gobierno Central vinculados a los presupuestos aprobados en la Ley de Presupuestos para el año en curso<sup>2</sup>. El análisis de estos resultados se realiza en función de variables que, debido a su propia naturaleza, podrían verse afectadas por componentes estacionales que darían lugar a posibles distorsiones en las conclusiones acerca de sus comportamientos subyacentes. Por ejemplo, los aumentos trimestrales del gasto en personal, debido a la implementación de la ley de reajuste de remuneraciones del sector público, estarán asociados con el patrón estacional. En este sentido, el propósito de este documento es presentar un marco teórico y práctico utilizado por el Consejo Fiscal Autónomo en el proceso de ajuste estacional que permita obtener análisis más apropiados sobre el comportamiento coyuntural de las variables fiscales de interés. Para ello, se utilizará la metodología X13-ARIMA-SEATS desarrollada por la Oficina de Censo de Estados Unidos (U.S. Census Bureau), junto con el procedimiento presentado por el ECB (2000).

Para ilustrar la metodología de ajuste estacional, se detallará el proceso de desestacionalización de la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción, ajustada por inflación<sup>3</sup>, correspondiente al período comprendido entre enero de 2012 y diciembre de 2023. Esta serie se encuentra disponible en la base de datos de operaciones no financieras del Gobierno Central,

---

<sup>1</sup>Para mayor detalle sobre el procedimiento usado por el BCCh ver Bravo y col. (2002).

<sup>2</sup>Disponible aquí.

<sup>3</sup>El análisis se desarrolló sobre series deflactadas por el Índice de Precios al Consumidor (IPC) base 2023=100.

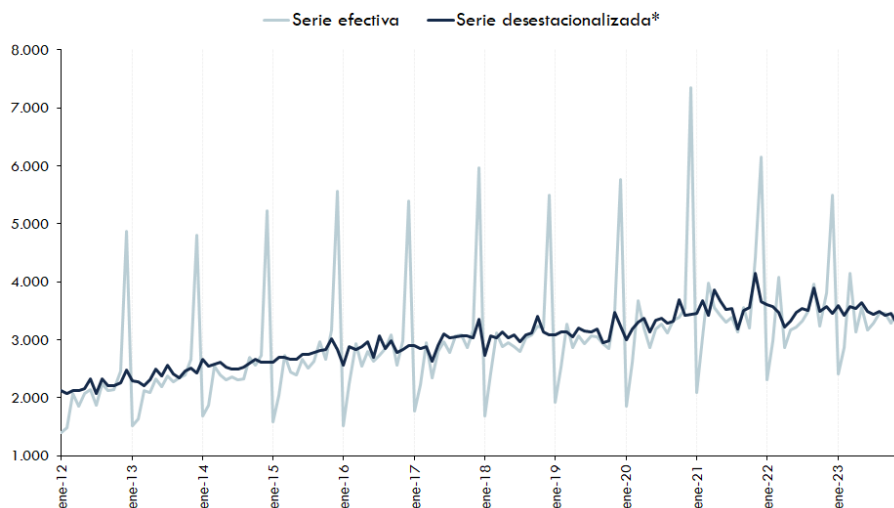
publicada por el BCCh<sup>4</sup> a partir de la información proporcionada por la Dipres. Asimismo, en el [anexo D](#) se incluye una ficha técnica que describe el procedimiento de desestacionalización aplicado a todas las variables fiscales que cumplieron con los criterios visuales y estadísticos requeridos para someterse a este ajuste.

El [gráfico 1](#) presenta la evolución histórica de la serie de gasto en bienes y servicios, tanto en términos efectivos como desestacionalizados. En la serie efectiva, se observa un marcado patrón recurrente en el mes de diciembre, cuando el gasto promedio en bienes y servicios de consumo y producción supera en un 64 % al promedio de los demás meses del año. Este comportamiento estacional, conocido coloquialmente como "fiebre de gastos", refleja un fenómeno documentado por [Arancibia \(2020\)](#)<sup>5</sup>, quién señala que las instituciones públicas enfrentan una presión significativa para ejecutar sus presupuestos antes del cierre del año fiscal. Esto responde al temor de que las subejecuciones puedan derivar en recortes presupuestarios para los periodos siguientes. Por el contrario, en la serie ajustada por estacionalidad, dicho patrón es eliminado, permitiendo un análisis más claro de las tendencias subyacentes del gasto.

Para evitar el problema de las fluctuaciones estacionales, los analistas suelen comparar los datos mensuales o trimestrales de manera interanual. Esto implica comparar el dato del mes o trimestre actual con el correspondiente del mismo periodo del año anterior. Al hacerlo, se calcula una tasa de crecimiento interanual, proporcionando una medida comparativa de la velocidad con la que la variable ha aumentado o disminuido durante un intervalo de doce meses. Este enfoque ayuda a eliminar (parcialmente) los efectos estacionales y facilita una evaluación más precisa de las tendencias subyacentes en los datos.

## Gráfico 1: Gasto en bienes y servicios de consumo y producción del Gobierno Central

(Serie deflactada por IPC, enero 2012 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia en base a información de la Dipres y el BCCh.

(\*): serie desestacionalizada proveniente del proceso de ajuste estacional realizado mediante la metodología X13-ARIMA-SEATS, disponible en [www.census.gov](http://www.census.gov).

<sup>4</sup> Disponible [aquí](#).

<sup>5</sup> Var también [Rodríguez y Berner \(2020\)](#).

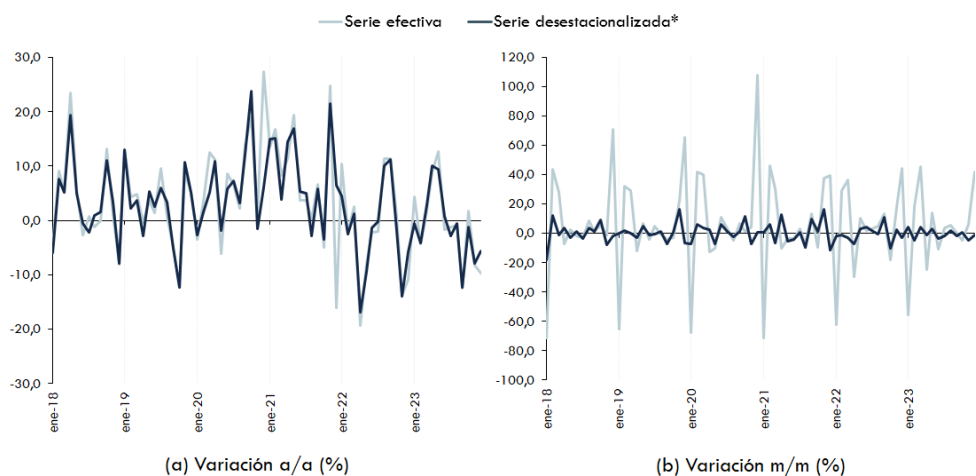
Como se ilustra en el panel (a) del [gráfico 2](#), el enfoque interanual tiende a suavizar las fluctuaciones estacionales de la variable, lo que puede ayudar a destacar una tendencia subyacente en los datos. Sin embargo, este método presenta ciertas limitaciones, principalmente porque se basa en datos de hace doce meses para realizar los cálculos, lo que puede no capturar con precisión los cambios recientes en la dinámica económica. Esto puede resultar en una menor sensibilidad para detectar giros rápidos o fluctuaciones a corto plazo en la variable de interés.

Otra opción es la comparación mes a mes, que permite a los analistas identificar cambios significativos en el ciclo económico casi inmediatamente después de que ocurran. Sin embargo, como se observa en el panel (b) del [gráfico 2](#), este tipo de análisis debe llevarse a cabo sobre la serie desestacionalizada. Analizar las variaciones intermensuales en la serie original podría llevar a conclusiones erróneas, pues estas están influenciadas por los patrones estacionales identificados, lo que puede enmascarar las verdaderas dinámicas del ciclo económico.

Es importante notar que las variaciones año a año de la serie efectiva y desestacionalizada pueden diferir entre periodos (ver panel (a) del [gráfico 2](#)). Esto se debe principalmente a tres factores (BCCCh, 2014). Primero, las diferencias en la composición del calendario: las series desestacionalizadas eliminan estos efectos, permitiendo comparaciones entre periodos con distintas configuraciones de días. Segundo, los cambios en la estacionalidad de los componentes pueden alterar la relación entre las series<sup>6</sup>. Por último, las diferencias en la composición intraanual del agregado: en la serie efectiva, la composición para un periodo particular está influenciada por los patrones estacionales de sus componentes, mientras que en la serie ajustada estacionalmente la relevancia de cada componente depende únicamente de su importancia promedio anual, pues los efectos estacionales son eliminados por definición.

## Gráfico 2: Variación anual y mensual del gasto en bienes y servicios de consumo y producción

(Porcentaje, enero 2018 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia en base a información de la Dipres y el BCCh.

(\*): serie desestacionalizada proveniente del proceso de ajuste estacional realizado mediante la metodología X13-ARIMA-SEATS, disponible en [www.census.gov](http://www.census.gov).

Nota: **variación a/a** refiere a variación porcentual año a año, mientras que **variación m/m** refiere a variación porcentual mes a mes.

<sup>6</sup>Tener en cuenta, sin embargo, que estos patrones estacionales suelen ir cambiando paulatinamente, por lo que las discrepancias producto de estos son pequeñas.

El resto del documento se ordena como sigue. En la [sección 2](#) se revisan los antecedentes generales en torno al marco teórico del proceso de desestacionalización. Posteriormente, en la [sección 3](#) se expone la metodología X13-ARIMA-SEATS. En la [sección 4](#) se aplica la metodología a la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción del Gobierno Central. Finalmente, la [sección 5](#) concluye el estudio.

## 2. Aspectos teóricos del ajuste estacional

La desestacionalización de una serie de tiempo se basa en la premisa de que la serie puede descomponerse en un conjunto de componentes no observados (latentes) que pueden asociarse a distintos tipos de variaciones temporales. En este contexto, [Persons \(1919\)](#) fue pionero en establecer explícitamente el supuesto de componentes latentes como estructura de una serie de tiempo. De acuerdo con su planteamiento, una variable se compone de cuatro tipos de fluctuaciones:

1. **Componente tendencial o tendencia secular ( $T_t$ ):** relacionado con los movimientos de largo plazo (más de ocho años). Este componente está relacionado con la parte estructural de la variable económica. Así, por ejemplo, reflejará el crecimiento o decrecimiento sostenido de los ingresos o gastos a lo largo del tiempo, ajustado por eventos atípicos.
2. **Componente cíclico ( $C_t$ ):** relacionado con los movimientos de corto plazo (entre dos y ocho años). Esta parte contiene la secuencia de fluctuaciones suaves de larga duración alrededor de la tendencia y se caracteriza por la alternancia de etapas de expansión y contracción. Estas fluctuaciones son impulsadas por perturbaciones económicas transitorias, como el auge en el precio del cobre en 2016, que generó un aumento significativo en los ingresos fiscales de Chile, o la pandemia del Covid-19, que obligó al gobierno a realizar gastos extraordinarios para enfrentar la crisis sanitaria.
3. **Componente estacional ( $S_t$ ):** relacionado con los movimientos de muy corto plazo (un año). Este componente refleja patrones repetitivos y previsible en intervalos regulares, vinculados con la caracterización del calendario<sup>7</sup> (no sistemáticos) y con factores climáticos y convenciones sociales de un país<sup>8</sup> (sistemáticos). Por ejemplo, los ingresos tributarios netos tienden a aumentar en abril debido al proceso de la operación renta y el marcado incremento de gasto al final de cada año forman parte de este componente.
4. **Componente irregular ( $I_t$ ):** relacionado con las fluctuaciones residuales y erráticas de una serie de tiempo. Este componente recoge las variaciones aleatorias, residuales y erráticas de la serie, agrupando efectos puntuales, como guerras, catástrofes ambientales, errores de medición, entre otros.

En la práctica, resulta complejo aislar la tendencia del ciclo, por lo que, en general nos referiremos como **tendencia-ciclo** a la parte latente que agrupa a estos dos componentes. El [gráfico 3](#) presenta

---

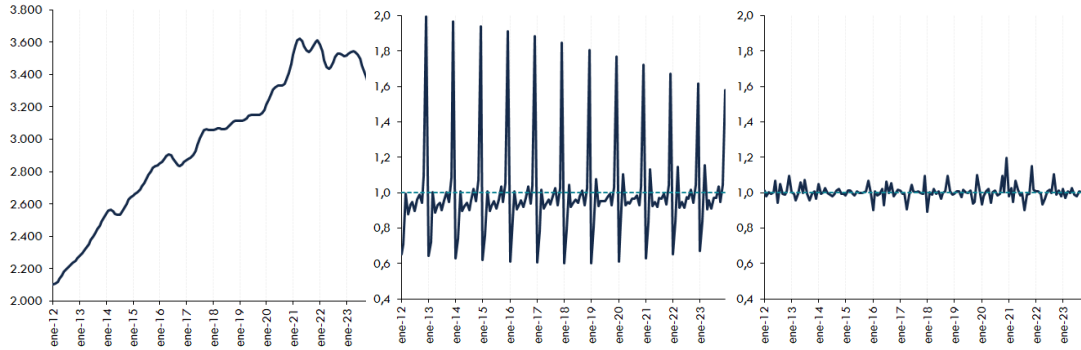
<sup>7</sup>Este componente abarca todos los efectos determinísticos derivados de la composición del calendario de un país ([Young, 1965](#) y [Findley y col., 1998](#)). La premisa subyacente es que en los datos diarios existe una cierta periodicidad semanal completamente determinística que debería manifestarse en una serie mensual mediante el proceso de agregación.

<sup>8</sup>Así, por ejemplo, la caída en la producción agrícola por las sequías provocadas por el fenómeno de El Niño, el aumento cada trimestre de los sueldos del sector público debido a la aplicación de la ley de reajuste de remuneraciones o el fenómeno de la fiebre de gastos a fines de año, son componentes relacionados con la parte sistemática del factor estacional.

los componentes latentes de la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción estimados por el proceso X13-ARIMA-SEATS (ver [sección 4](#)).

### Gráfico 3: Componentes no observados del gasto en bienes y servicios de consumo y producción

(Nivel, porcentaje, enero 2018 - diciembre 2023)



(a) Tendencia-Ciclo (nivel) (b) Factor estacional (índice %) (c) Factor irregular (índice %)

Fuente: elaboración propia.

Nota: los componentes latentes provienen del mismo proceso de ajuste estacional de la serie efectiva realizado mediante la metodología X13-ARIMA-SEATS, disponible en [www.census.gov](http://www.census.gov).

Tradicionalmente, las variaciones que estructuran una serie de tiempo han sido asumidas como mutuamente independientes y presentadas en un modelo de descomposición aditivo<sup>9</sup>.

$$y_t = TC_t + \underbrace{(\tilde{S}_t + K_t)}_{S_t} + I_t \quad (1)$$

Donde  $y_t$  denota la serie observada,  $TC_t$  la tendencia-ciclo,  $\tilde{S}_t$  el componente estacional sistemático,  $K_t$  el componente estacional no sistemático e  $I_t$  el componente irregular. De esta forma, la serie ajustada por estacionalidad  $y_t^{SA}$  se expresa como sigue:

$$y_t^{SA} = y_t - (\tilde{S}_t + K_t) = TC_t + I_t \quad (2)$$

En cambio, si existe dependencia entre los componentes, en particular, si el componente estacional va cambiando en magnitud conforme cambia la tendencia, entonces el modelo presentado en la ecuación (1) se reescribiría como sigue (descomposición multiplicativa):

$$y_t = TC_t \cdot (\tilde{S}_t \cdot K_t) \cdot I_t \quad (3)$$

por lo que la serie ajustada estaría dada por:

$$y_t^{SA} = \frac{y_t}{\tilde{S}_t \cdot K_t} = TC_t \cdot I_t \quad (4)$$

<sup>9</sup>Comúnmente, se postula que el comportamiento de las series económicas está vinculado a su nivel, por lo que en el proceso de ajuste estacional se suele emplear el uso de logaritmos. Este aspecto se explora con mayor detalle en la [sección 3.1.2](#).



## 2.1. Métodos de ajuste estacional

Si bien hay diversos métodos para caracterizar los componentes latentes de una serie de tiempo<sup>10</sup>, en la práctica existen dos corrientes predominantes: una orientación no paramétrica (o empírica) y una paramétrica (o basada en modelos).

El primer enfoque emplea sucesivos filtros lineales para estimar los componentes inobservados, por lo que prescinde de la necesidad de utilizar algún modelo estadístico particular para el análisis de una serie temporal. En contraste, la perspectiva paramétrica se basa en una especificación explícita de un modelo estadístico para la serie observada (como modelos SARIMA<sup>11</sup>) y/o para los componentes latentes (modelo de estado espacio<sup>12</sup>) como punto de partida.

Las dos implementaciones más ampliamente adoptadas por las instituciones estadísticas de los países de la OCDE, son **X12-ARIMA** (Findley y col., 1998) y **TRAMO-SEATS** (Gómez y Maravall, 1996). Estas herramientas fueron desarrolladas por la Oficina de Censo de Estados Unidos (*U.S. Census Bureau*) y el Banco de España, respectivamente. El primero, X12-ARIMA, representa uno de los refinamientos más recientes del enfoque no paramétrico **X11** (Shiskin y col., 1967) y **X11-ARIMA** (Dagum, 1980). Este método se basa en la utilización de medias móviles de diferentes longitudes para determinar los componentes de una serie. Para ello, utiliza un modelo ARIMA que retroroyecta y proyecta la serie para completarla y así utilizar medias simétricas. Por otro lado, TRAMO-SEATS aprovecha la sinergia entre el programa **TRAMO** (Gómez y Maravall, 1994), utilizado para ajustes preliminares<sup>13</sup>, y el programa **SEATS** (Burman, 1980), que facilita la estimación de los componentes no observados mediante modelos ARIMA. El cuadro 1 presenta las principales metodologías para la desestacionalización de series económicas, incluyendo sus ventajas y desventajas.

**Cuadro 1:** Comparación de metodologías para la desestacionalización de series económicas

Metodología	Autor	Año	Ventajas	Desventajas	Enlace
<b>X11</b>	Shiskin/ U.S Census Bureau	1967	Proceso iterativo robusto; resultados fáciles de interpretar.	Sensible a datos atípicos; limitada capacidad para manejar efectos de calendario complejos.	<a href="#">Aquí</a>
<b>SEATS</b>	Burman/ Banco de Inglaterra	1980	Basado en descomposición ARIMA; ofrece estimaciones precisas de los componentes de la serie.	Sensible a modelos mal especificados; resultados dependen de la calidad del ajuste inicial.	<a href="#">Aquí</a>

<sup>10</sup>Para obtener una descripción detallada de los diversos métodos de ajuste estacional, se puede consultar [Foldesi y col. \(2007\)](#) y [Eurostat \(2018\)](#).

<sup>11</sup>Un modelo SARIMA, que significa *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (Modelo Autorregresivo Integrado de Media Móvil Estacional), es una extensión del modelo ARIMA que incorpora componentes estacionales. Este tipo de modelo es ampliamente utilizado en el análisis de series temporales para realizar predicciones basadas en datos históricos.

<sup>12</sup>Un modelo de estado espacio es una representación matemática utilizada para describir sistemas dinámicos mediante un conjunto de variables que representan el estado del sistema en un momento dado.

<sup>13</sup>Este concepto será abordado en detalle en la siguiente sección.

<b>STL</b>	Cleveland y col.	1990	Método no paramétrico; útil para datos con fluctuaciones no lineales.	Requiere parámetros de suavización específicos; puede ser computacionalmente intensivo.	<a href="#">Aquí</a>
<b>TRAMO</b>	Gómez y Maravall/Banco de España	1994	Permite preajustar series eliminando efectos atípicos, de calendario y de <i>trading days</i> .	Complejidad técnica en la configuración inicial.	<a href="#">Aquí</a>
<b>TRAMO-SEATS</b>	Gómez y Maravall/Banco de España	1996	Modelos estadísticos sólidos; incorpora efectos de calendario de manera flexible.	Puede ser menos intuitivo para usuarios no técnicos; depende del software utilizado.	<a href="#">Aquí</a>
<b>X12-ARIMA</b>	U.S. Census Bureau	1998	Maneja efectos de calendario y permite modelamiento ARIMA; mejora frente a X-11.	Requiere más parámetros y validaciones estadísticas complejas.	<a href="#">Aquí</a>
<b>BFAST</b>	Verbesselt y col.	2010	Detecta cambios abruptos en tendencias y estacionalidad; útil para series con eventos extremos.	Requiere datos abundantes y de calidad alta; sensible a ruido y errores de medición.	<a href="#">Aquí</a>
<b>X13-ARIMA-SEATS</b>	U.S. Census Bureau	2013	Combina X-12 con SEATS; ajusta modelos automáticos y efectos de calendario simultáneamente.	Mayor complejidad técnica; requiere conocimientos avanzados en modelamiento de series.	<a href="#">Aquí</a>
<b>CAMPLET</b>	Abeln y col.	2019	Ajuste adaptativo sin revisiones; ideal para análisis en tiempo real.	Limitado a ciertos tipos de series y periodos; menos adoptado globalmente.	<a href="#">Aquí</a>

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

En este documento se utilizará para el ajuste estacional de las series fiscales el programa **X13-ARIMA-SEATS** ([U.S. Census Bureau, 2017](#)), programa que incorpora los enfoques y fortalezas de los dos métodos anteriores.

## 2.2. Procedimiento para el ajuste estacional

El proceso de ajuste estacional puede ser descrito, en términos generales, a través de seis pasos ([ECB, 2000](#)). Estos son:

- Paso 1. Revisión gráfica:** antes de iniciar cualquier proceso de ajuste, es fundamental que se adquiera familiaridad con las series de tiempo de interés y así, buscar identificar elementos que puedan ayudar con el proceso de desestacionalización.
- Paso 2. Ajuste previo:** este ajuste es necesario para prevenir que la presencia de no linealidades en la serie efectiva afecte el proceso de descomposición. Además, aporta a mejorar la

estabilidad de los componentes estimados ante la inclusión de variables de control en la serie temporal. En este contexto, el objetivo será determinar (i) una transformación particular a la serie (si es necesario); (ii) los efectos fijos (calendario, valores atípicos, etc.) que podrían perturbar en la identificación de los componentes; y (iii) la elección de un modelo estadístico (SARIMA) más apropiado para describir la serie y retroproyectar y proyectar para luego realizar medias móviles simétricas para el ajuste estacional.

**Paso 3. Diagnóstico ajuste previo:** antes de la utilización de la serie pre-ajustada, es crucial verificar la idoneidad tanto de los ajustes previos realizados como del modelo empleado. Para lograr esto, se deben llevar a cabo contrastes estadísticos. En caso de que los diagnósticos identifiquen algún problema, se hace necesario retroceder a la fase anterior y realizar las modificaciones pertinentes para asegurar que los resultados de los diagnósticos sean satisfactorios.

**Paso 4. Ajuste estacional:** una vez se haya demostrado que el ajuste previo es adecuado, se procede a realizar el ajuste estacional utilizando filtros de medias móviles de diferentes longitudes.

**Paso 5. Incorporación de efectos fijos:** después de completar el ajuste de la serie, se reintegrarán los diversos efectos fijos identificados en el **paso 2**. Conforme a las particularidades de la serie, estos efectos se asignan a los distintos componentes estimados. Por ejemplo, los cambios de nivel se asignan a la parte de tendencia-ciclo, mientras que los efectos calendario se asocian al componente estacional.

**Paso 6. Diagnóstico ajuste estacional:** al concluir el procedimiento, se llevan a cabo una serie de diagnósticos con el objetivo de evaluar la calidad de la descomposición y la asignación de efectos realizadas en los pasos **4** y **5**, respectivamente. En caso de que los diagnósticos revelen deficiencias en el ajuste, es imperativo regresar a la etapa correspondiente y determinar qué modificaciones son necesarias para mejorar los resultados de los diagnósticos.

### 2.3. Método directo e indirecto para series agregadas

En el estudio de series económicas es posible diferenciar entre un análisis sobre componentes individuales y otro sobre series agregadas. El primero consiste en un análisis de series independientes que no son resultado de agregar otras series y, por lo tanto, su comportamiento no depende de otras variables (por ejemplo, ingresos por cobre bruto, precio de acciones, etc.), mientras que, el segundo se compone de aquellas series que son el resultado de la agregación de diferentes series (por ejemplo, el IMACEC, PIB, entre otros.).

El ajuste estacional para el grupo de series independientes es el descrito en la [sección 2.2](#), mientras que para el segundo grupo se dispone de dos enfoques: (i) directo o (ii) indirecto. El primer método realiza la desestacionalización de la serie agregada directamente, mientras que el segundo realiza el ajuste estacional para cada componente y así, por medio de la agregación, se obtiene la serie desestacionalizada de la variable agregada<sup>14</sup>.

Si bien la discusión sobre la superioridad absoluta de un enfoque u otro no está cerrada, el método indirecto al poseer como cualidad explicar la evolución del agregado en términos de la evolución de

---

<sup>14</sup>Para una discusión detallada ver [Cobb \(2014\)](#), [Moulton y Cowan \(2016\)](#), [McElroy \(2018\)](#), [McElroy y col. \(2019\)](#) o capítulo 18 de [Eurostat \(2018\)](#).

sus componentes lo vuelve atractivo. En contraste, el método directo no garantiza la consistencia entre los componentes y la serie agregada desestacionalizada<sup>15</sup>.

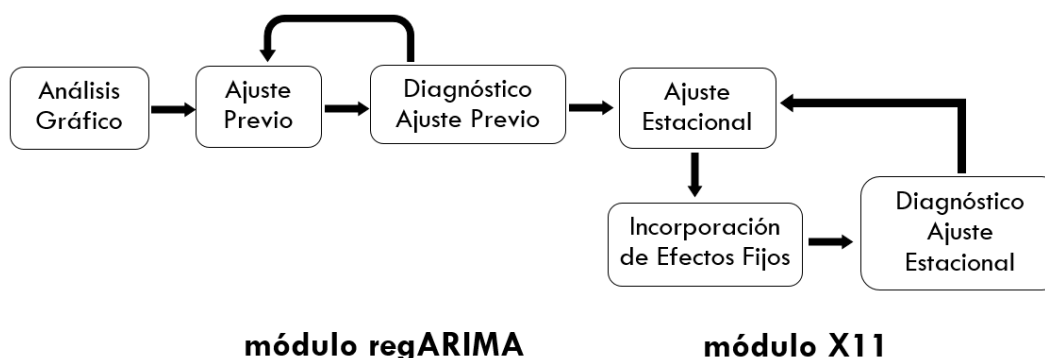
### 3. Metodología X13-ARIMA-SEATS

Este programa es de **código abierto**, desarrollado por la Oficina de Censo de Estados Unidos (*U.S. Census Bureau*) y se fundamenta en la aplicación de promedios móviles de diversas longitudes para llevar a cabo el ajuste estacional mediante un sistema de factores que explican la variación estacional de una serie.

Como se explicó en la [sección 2.2](#), el proceso para realizar un ajuste estacional comprende la ejecución de procedimientos preliminares antes de la descomposición de los componentes latentes. En este contexto, este programa lleva a cabo dichos pasos mediante dos módulos: (i) el **módulo regARIMA** (ver [sección 3.1](#)), que aborda los **pasos 2 y 3**, y (ii) el **módulo X11** (ver [sección 3.2](#)), encargado de los **pasos 4, 5 y 6**.

#### Gráfico 4: Diagrama de flujo del proceso de ajuste estacional

(Proceso ECB y método X13-ARIMA-SEATS)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a flujo propuesto por el ECB y metodología X13-ARIMA-SEATS.

#### 3.1. Módulo regARIMA: ajuste previo

Este módulo es el primer paso del método X13-ARIMA-SEATS y el segundo del esquema del ECB (ver [sección 2.2](#)). En él se busca estimar un modelo para la media basado en procesos estacionales autorregresivos integrados de medias móviles (SARIMA), que capture los componentes estacionales no sistemáticos (efecto calendario), valores atípicos, entre otros, con la finalidad de eliminar estos efectos de la serie que puedan distorsionar el resultado del proceso de ajuste estacional.

El modelo estimado es utilizado en el módulo X11 para extender la serie (proyección) y/o para estimar valores anteriores al primer valor observado (retroproyección), que garantiza la simetría en los filtros lineales utilizados para la estimación de los componentes latentes ([Dagum, 1980](#)).

Para obtener la serie preajustada, este módulo desarrollará un proceso de selección de (i) una transformación particular a la serie (si es necesario); (ii) los efectos fijos (calendario, valores atípicos, etc.) que podrían perturbar en la identificación de los componentes; y (iii) un modelo

<sup>15</sup>Para mayor detalle ver [Cobb y Jara \(2013\)](#).

estadístico que describa adecuadamente la serie que se quiere desestacionalizar y que cumpla con la estructura econométrica que se detalla a continuación.

### 3.1.1. Modelo general regARIMA

Sea  $y_t$  una serie temporal observada que sigue el siguiente proceso:

$$y_t = \sum_i \beta_i x_{it} + z_t \quad (5)$$

donde  $\beta_i$  son parámetros regresores,  $x_{it}$  son variables regresoras observadas en conjunto a  $y_t$  y  $z_t = y_t - \sum \beta_i x_{it}$  los errores de la regresión que se asume sigue un modelo ARIMA estacional (SARIMA).

Los modelos ARIMA, como fue discutido por [Box y Jenkins \(1976\)](#), son frecuentemente usados para series de tiempo estacionales. Así, la variable estocástica  $z_t$  de la ecuación (5) puede ser descrita como sigue:

$$\phi(L) \Phi(L^s) \Delta^d \Delta_s^D z_t = \theta(L) \Theta(L^s) e_t \quad (6)$$

donde  $L$  es el operador rezago ( $Lz_t = z_{t-1}$ ),  $s$  es el período estacional,  $\phi(L)$  es el operador no estacional (regular) autorregresivo (AR) de orden  $p$ , dado por  $(1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p)$ ,  $\Phi(L^s) = (1 - \Phi_1 L^s - \dots - \Phi_P L^{P \cdot s})$  es el operador AR estacional de orden  $P$ ,  $\theta(L) = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q)$  es el operador no estacional de medias móviles (MA) de orden  $q$ ,  $\Theta(L^s) = (1 - \Theta_1 L^s - \dots - \Theta_Q L^{Q \cdot s})$  es el operador MA estacional de orden  $Q$  y  $e_t$  es un ruido blanco con media cero y varianza constante  $\sigma_e^2$ . Los componentes  $\Delta^d \Delta_s^D = (1 - L)^d (1 - L^s)^D$  implican las diferencias regulares de orden  $d$  y las diferencias estacionales de orden  $D$ <sup>16</sup>.

Reemplazando la ecuación (5) en (6) se obtiene el modelo general del módulo regARIMA que es estimado por el programa. Esto es:

$$\Delta^d \Delta_s^D y_t = \sum_i \beta_i \Delta^d \Delta_s^D x_{it} + w_t \quad (7)$$

donde  $\phi(L) \Phi(L^s) w_t = \theta(L) \Theta(L^s) e_t$  sigue un modelo SARIMA estacionario. Esta ecuación enfatiza que las variables de regresión  $x_{it}$  en el modelo regARIMA, al igual que la serie  $y_t$  son diferenciadas por el operador de diferenciación del modelo SARIMA  $\Delta^d \Delta_s^D$ <sup>17</sup>.

### 3.1.2. Transformación

La interacción entre los componentes no observados de una serie temporal determina el tipo de descomposición más adecuado para el modelo. En este contexto, se destacan principalmente dos enfoques: (i) el aditivo y (ii) el multiplicativo.

<sup>16</sup>La diferencia estacional se define como la diferencia entre un valor  $y_t$  y un valor rezagado un múltiplo  $s$  períodos. Note que  $\Delta y_t = \Delta_1 y_t$ , sin embargo,  $\Delta_2 y_t = (1 - L^2)y_t \neq (1 - L)^2 y_t = \Delta^2 y_t$ .

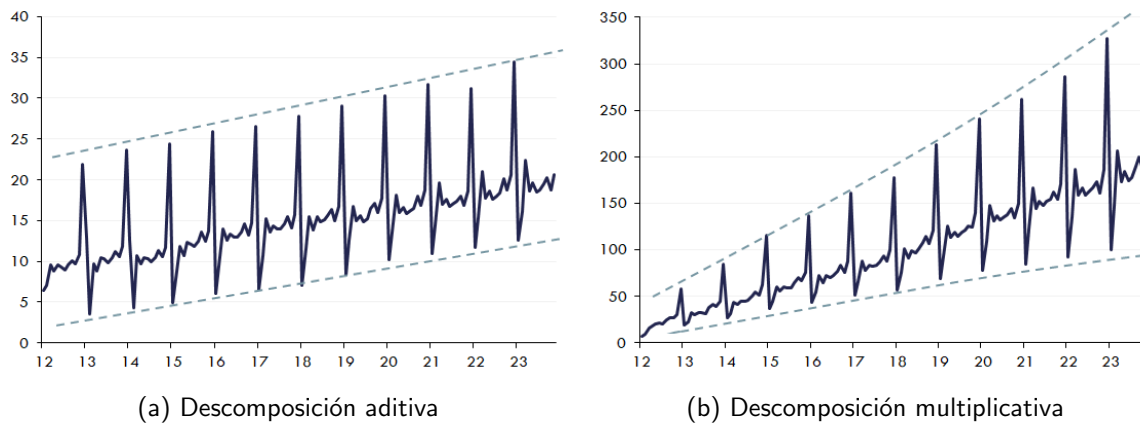
<sup>17</sup>Note que de este modelo es posible inferir que: los efectos fijos de la serie (efecto calendario, valores atípicos, etc.) son eliminados de la serie observada,  $y_t$ , para obtener la media cero de la serie de errores,  $z_t$ . Adicionalmente, estos errores son diferenciados para obtener una serie estacionaria que sigue un proceso SARIMA que es utilizado posteriormente en el módulo X11.

El primer enfoque presupone que cada componente evoluciona de manera independiente de los demás, es decir, la tendencia puede cambiar sin que la estacionalidad experimente alteraciones. Esto se refleja en la descomposición presentada en la ecuación (1). En cambio, el segundo enfoque asume que los componentes evolucionan de manera conjunta, de modo que la presencia de tendencias implica cambios en la estacionalidad en la misma dirección. Específicamente, si la variabilidad de la serie parece estar relacionada con su nivel, como ocurre en muchas series económicas, una descomposición multiplicativa podría ser más apropiada (ver ecuación (3)).

El panel (a) del gráfico 5 presenta la evolución de una serie temporal, cuyo factor estacional no está influenciado por la tendencia y, por tanto, sería más útil utilizar una descomposición aditiva. Por otro lado, el panel (b) del mismo gráfico, muestra cómo el factor estacional va cambiando conforme varía la tendencia, por lo que, una descomposición multiplicativa sería la más apropiada.

### Gráfico 5: Descomposición de una serie de tiempo

(Método aditivo y multiplicativo)



Fuente: elaboración propia.

En términos prácticos, lo anterior conlleva a determinar si el modelo es aplicable al nivel de la serie o a alguna transformación de esta<sup>18</sup>. El módulo regARIMA posee un proceso automático en el que se comparan los criterios de información de Akaike extendido (AICc) de la serie en nivel (descomposición aditiva) y de la serie log-natural transformada (descomposición multiplicativa). El criterio de selección será sobre la log-transformación, si y solo si:

$$AICc(nivel) - AICc(log) > \Delta_{AICc}$$

donde  $\Delta_{AICc}$  es fijado por defecto en  $-2$ <sup>19</sup>.

<sup>18</sup>En el programa X13-ARIMA-SEATS las posibles transformaciones están definidas por la familia de transformaciones Box-Cox (1964) definidas por:

$$f(y_t) = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

donde conforme el parámetro  $\lambda$  tienda a cero, la función  $f(y_t)$  converge a una función logaritmo natural. Por su parte, en el programa TRAMO la transformación disponible es solo logaritmo natural.

<sup>19</sup>Este valor no es usado por respaldo estadístico, sino que por simplicidad. Para mayor detalle revisar sección 7.18 del U.S. Census Bureau (2017).

### 3.1.3. Variables de regresión

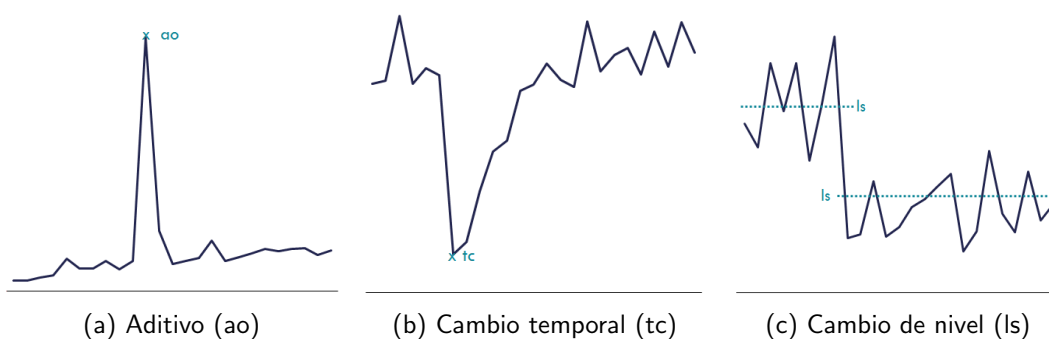
En algunas ocasiones, las series de tiempo pueden ser impactadas por perturbaciones puntuales y/o verse influenciadas por efectos exógenos que distorsionan el análisis de las tendencias subyacentes.

Esta fase del ajuste previo posibilita la introducción de variables determinísticas,  $x_{it}$ , de la ecuación (5), las que se pueden clasificar en tres categorías:

- **Efectos especiales:** en algunas situaciones, es necesario intervenir en una serie para tener en cuenta el impacto de eventos externos que no pueden ser contemplados por el modelo, como cambios de política, huelgas, regulaciones ambientales y eventos similares (Box y col., 2016) o desastres naturales, como terremotos o emergencias sanitarias que detienen la actividad económica, como la pandemia del Covid-19. En este contexto, el programa proporciona la capacidad de definir regresores para tales efectos, brindando así flexibilidad para incorporar impactos que no son considerados de manera convencional.
- **Valores atípicos:** el programa soporta la incorporación de variables ficticias que permiten controlar comportamientos atípicos dentro de una serie temporal<sup>20</sup>. En este contexto, el programa contiene una rutina de detección automática que identifica tres tipos de estos *outliers*: (i) aditivo (*additive outlier*), fenómenos con efectos transitorios que desaparecen al período siguiente; (ii) cambio temporal (*temporary change*), fenómenos con efectos transitorios que desaparecen luego de un cierto número de períodos; y (iii) cambios de nivel (*level shift*), fenómenos con efectos permanentes (saltos de nivel) (ver gráfico 6).

#### Gráfico 6: Tipo de *outliers* detectados automáticamente por el módulo regARIMA

(*outliers* aditivos, cambio temporal y de nivel)



Fuente: elaboración propia.

- **Efecto calendario:** este componente abarca todos los efectos determinísticos derivados de la composición del calendario de un país (Young, 1965 y Findley y col., 1998). La premisa subyacente es que en los datos diarios existe cierta periodicidad semanal completamente determinística que debería manifestarse en una serie mensual mediante el proceso de agregación. Sin embargo, no todos los meses exhiben las mismas características, ya que (i) los meses no tienen el mismo número de días, (ii) un mismo mes a lo largo del tiempo presenta

<sup>20</sup>Un detalle de las distintas especificaciones regresoras que permite el programa son presentados en la sección 4.3 del U.S. Census Bureau (2017).

variaciones respecto al número de días específicos de la semana y (iii) existen festividades, tanto móviles como fijas, en las cuales la actividad económica se detiene en algunos sectores o aumenta en otros (Cortez y Martin, 2018).

A pesar de que el programa X13-ARIMA incluye un calendario, este no se ajusta a la realidad específica de Chile. Por este motivo, se diseñan variables que posibilitan la estimación del modelo de acuerdo con el calendario nacional. Esto implica incorporar una matriz con información sobre el número de días, feriados existentes, concentración de vacaciones en febrero y/u otras variables que permitan capturar diversos efectos determinísticos. En Bravo y col. (2002) se desarrolla un modelo general de efecto calendario adaptado a la realidad nacional<sup>21</sup>.

#### 3.1.4. Identificación del modelo SARIMA(p d q)(P D Q)<sub>s</sub>

Como se ha señalado, el proceso de ajuste estacional se basa en el uso de medias móviles de diversas longitudes para estimar los componentes no observados de la serie. Esto implica la implementación de filtros asimétricos para los extremos de las series (inicio y final de la serie).

En una mejora introducida en el método propuesto por Dagum (1980), se determinó que extender la serie hacia el futuro y el pasado mediante modelos ARIMA y aplicar sobre ella filtros simétricos reduce significativamente las revisiones que se generaban a medida que aparecían nuevos datos. Con este propósito, la última fase del ajuste previo consiste en identificar el modelo ARIMA que mejor represente la serie.

En el proceso de identificación se emplea la metodología propuesta por Box y Jenkins (1976). Este procedimiento implica la necesidad de verificar la estacionariedad de una serie temporal antes de seleccionar un modelo, es decir, asegurarse de que tanto la media como la varianza de la serie sean constantes en el tiempo y que su covarianza no dependa del tiempo.

Para la identificación de los ordenes de los modelos SARIMA se utilizan las funciones de autocorrelación parcial (PACF) y función de autocorrelación (ACF), analizando sus puntos máximos y la persistencia a la cual decrecen a través del tiempo para determinar el orden autorregresivo (AR),  $p$  y  $P$ , y el orden de las medias móviles (MA),  $q$  y  $Q$ , respectivamente. Estas funciones también ayudan además a determinar el orden de integración (regular) de una serie,  $d$ , y el orden de diferenciación estacional,  $D$ .

En la práctica, determinar los valores  $(p d q)(P D Q)_s$  mediante el análisis gráfico anterior no es trivial, ya que implica un proceso de ensayo y error. No obstante, el programa X13-ARIMA-SEATS incorpora un proceso de selección automática en el cual, entre aproximadamente 30 modelos estimados, selecciona los cinco de mejor ajuste<sup>2223</sup>.

<sup>21</sup> Esto será abordado en detalle en la siguiente sección.

<sup>22</sup> El procedimiento automático considera como aceptable a todos los modelos cuyos estadísticos de error cuadrático de proyección absoluta (medida de certeza del modelo escogido para realizar proyecciones) y de Box-Ljung (medida de aleatoriedad de los residuos del modelo SARIMA) son menores a ciertos límites preestablecidos.

<sup>23</sup> Tenga en cuenta que, adicional a los cinco mejores modelos seleccionados automáticamente, se considerara un sexto para luego pasar por un proceso de selección que contempla el rendimiento de ellos a través de cinco categorías: (i) significancia de las variables determinísticas y coeficientes SARIMA, (ii) mejor ajuste según criterios de información de la optimización *likelihood*, (iii) normalidad de los residuos, (iv) menor error de ajuste según medidas AAPE y MSE, (v) mejor calidad del ajuste estacional según estadísticos  $M$  (ver sección 3.2).



El proceso, comienza con la serie transformada y filtrada de efectos fijos, para la identificación de los ordenes de integración (regular,  $d$  y estacional,  $D$ ) y luego se utiliza la transformación estacionaria para determinar la estructura de rezagos del modelo ARMA más apropiada de acuerdo a los criterios de información AIC y BIC.

Para la estimación de los coeficientes del modelo general (7), el programa desarrolla la siguiente iteración utilizando el filtro de Kalman (Kalman, 1960 y Hamilton, 1994):

1. Estimación coeficientes modelo SARIMA: condicional a los coeficientes  $\beta_i$  de la ecuación (5) se estiman los coeficientes del modelo SARIMA de la ecuación (6), maximizando la función de verosimilitud.
2. Estimación coeficientes variables determinísticas: condicional a la estimación de los parámetros del modelo SARIMA, se determinan los estimadores de los coeficientes de la ecuación (5) utilizando Mínimos Cuadrados Generalizados (GLS, por sus siglas en inglés)<sup>24</sup>.
3. Continuar paso 1 y 2 hasta la convergencia.

Es importante señalar que en la práctica, los procesos de identificación de los efectos fijos y del modelo ARIMA se llevan a cabo de manera simultánea mediante la estimación de un modelo SARIMA con variables exógenas, como un vector de calendario y/o atípicos.

### 3.1.5. Diagnósticos de ajuste previo

Respecto a los diagnósticos de ajuste previo de los modelos SARIMA, se desarrollan los siguientes contrastes:

- Diagnósticos sobre los coeficientes del modelo: el módulo presenta contrastes típicos  $t$ -student sobre los coeficientes de las ecuaciones (5) y (6).
- Criterios de información: el módulo ofrece una serie de criterios de información relacionados con la función *likelihood*, tales como AIC (Akaike, 1973), AICc (Hurvich y Tsai, 1989), BIC (Schwarz, 1978) y HQ (Hannan-Quinn, 1979).
- Diagnósticos sobre los residuos: el programa entrega un completo informe sobre los residuos del modelo. En particular, presenta.
  1. Estadísticas descriptivas: mínimo, mediana, máximo, desviación estándar robusta e histograma.
  2. Test estadísticos para la normalidad: el módulo produce tres estadísticos para contrastar la normalidad de los residuos.
    - Coeficientes *Skewness* (sesgo).
    - Test de Geary.
    - Coeficiente *Kurtosis*.
  3. Test de autocorrelación serial de Durbin-Watson.
  4. Test de autocorrelación serial de Box-Ljung.

---

<sup>24</sup>El filtro de Kalman, permite estimar de manera iterativa por GLS.

Adicionalmente, en este documento se realizarán los contrastes de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors<sup>25</sup> y el de Jarque-Bera, que permiten contrastar la normalidad de los residuos.

### 3.2. Módulo X11: ajuste estacional

Como se mencionó previamente, el método X11 se clasifica dentro del enfoque empírico, utilizando medias móviles cuidadosamente seleccionadas y afinando gradualmente las estimaciones de las componentes a lo largo de las iteraciones del algoritmo.

Antes de iniciar el procedimiento de ajuste, es esencial llevar a cabo contrastes para detectar la presencia de estacionalidad en una serie temporal. Una vez comprobada la existencia de comportamientos estacionales se realizará el ajuste estacional. Si se logra confirmar que la calidad de la desestacionalización es apropiada, la serie ajustada puede ofrecer información valiosa acerca de la dirección y los cambios temporales de la serie en cuestión. En contraste, si los indicadores estadísticos sugieren que las variaciones en la serie están principalmente influenciadas por la variabilidad del componente irregular, su persistencia u otros factores que afecten la descomposición, provocará que las interpretaciones de la serie ajustada puedan inducir a errores significativos en un análisis coyuntural.

#### 3.2.1. Contrastes de estacionalidad

El objetivo de los contrastes de presencia de estacionalidad es determinar si se encuentra evidencia estadística para la existencia de un comportamiento estacional en la serie de interés. En caso contrario, el desestacionalizar dicha serie carece de sentido y no se deberá realizar.

El módulo X11 presenta cinco contrastes de estacionalidad<sup>26</sup> que aportan información estadística al análisis gráfico previamente realizado:

1. **Prueba F de estacionalidad estable:** esta prueba se fundamenta en examinar la varianza del factor  $SI$ <sup>27</sup> proporcionado por el programa X13. La lógica subyacente de este estadístico sugiere que, si la estacionalidad de la serie es estable y el componente irregular no prevalece sobre el factor estacional, entonces deberíamos observar que la varianza de los datos entre los meses sea más pronunciada que la varianza de los datos para cada mes en particular. Si ocurre lo contrario, indicaría ausencia de estacionalidad. La hipótesis nula ( $H_0$ ) del contraste es la no presencia de estacionalidad, y el estadístico utilizado es el  $F_E$  de Fisher que es comparado automáticamente por el programa con un valor crítico al 0,1% de significancia<sup>28</sup>. Si se rechaza  $H_0$ , entonces habría evidencia estadística de presencia de estacionalidad.
2. **Prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis:** la limitación del contraste anterior es que

---

<sup>25</sup>Equivalente al contraste de Shapiro-Wilk, pero para muestras mayores a 50 observaciones.

<sup>26</sup>Los cuatro primeros son explicados detalladamente en Gallardo y Rubio (2009), mientras que el quinto en Monsell y Chen (2022).

<sup>27</sup>Serie original ajustada por efecto calendario y sin componente tendencial, es decir, este factor contiene sólo el componente estacional e irregular. Para un modelo con descomposición aditiva este factor está medido en la misma unidad que la serie original, mientras que, si se utiliza una descomposición multiplicativa el factor será un índice.

<sup>28</sup>El motivo de que se le exija tanto a este contraste radica en que algunos supuestos subyacentes son poco creíbles en este test, como, por ejemplo, que la componente irregular no esté autocorrelacionada o que siga una distribución normal.

asume normalidad del componente irregular, por lo que, si este supuesto no se cumple, la prueba queda inválida.

La prueba de Kruskal-Wallis es una alternativa a la prueba F, pues su propósito es similar al análisis de varianza, sin embargo, se realiza mediante un procedimiento no paramétrico. Su  $H_0$  es la misma que el estadístico anterior. La idea central radica en ranquear el factor  $SI$ , para luego construir un estadístico  $W$ , que distribuye chi-cuadrado, y que es comparado automáticamente por el programa con un nivel crítico al 1 % de significancia.

3. **Contraste de estacionalidad móvil:** este diagnóstico, al igual que los dos anteriores, realiza un contraste de acuerdo a la descomposición de varianza, sólo que en este caso se analizan los factores  $SI$  en dos dimensiones temporales: el año y el período estacional (mes o trimestre). Se construye un estadístico  $F_M$  que distribuye  $F$  de Fisher, y plantea una hipótesis nula cuya intuición radica en que si el efecto de los años es el mismo para los  $T$  años, entonces la volatilidad de la serie es explicada por el componente estacional. De modo que, si la  $H_0$  no se rechaza, entonces estaríamos en presencia de una estacionalidad móvil. La inexistencia de este tipo de estacionalidad es deseable en una serie de tiempo, ya que la estacionalidad móvil puede afectar negativamente la calidad del ajuste y aumentar el riesgo de revisiones significativas, dada la variabilidad de los factores estacionales. En algunos casos, la estacionalidad móvil puede solucionarse al cambiar de un modelo multiplicativo a uno aditivo y viceversa (Higginson, 1975).
4. **Contraste combinado de estacionalidad identificable:** muchas veces las conclusiones de los diagnósticos anteriores pueden entrar en contradicción, dificultando la decisión de ajustar una serie o no. Para ello, Lothian y Morry (1978a) desarrollaron un contraste combinado de estacionalidad identificable, donde construyen un estadístico  $T$ , con los valores  $F$  de la prueba paramétrica de estacionalidad estable,  $F_E$ , y del contraste de estacionalidad móvil,  $F_M$ . Luego, para que haya presencia de estacionalidad identificable se requiere que el estadístico sea menor que 1<sup>29</sup>.
5. **Diagnóstico de estacionalidad QS:** este contraste, desarrollado por Gómez y Maravall (1996) para el programa **TRAMO-SEATS**, es una función de los primeros dos rezagos estacionales (12 y 24, para series mensuales) y plantea como hipótesis nula que estas dos primeras autocorrelaciones estacionales son cero. La racionalidad detrás de esta prueba es que una serie con estacionalidad debe exhibir una autocorrelación positiva importante en estos rezagos. Si el valor de estos dos rezagos es cero o negativo, entonces el estadístico  $QS$  es fijado en cero y su  $p - value$  es establecido en 1<sup>30</sup>. Si el estadístico es distinto de cero, su  $p - value$  asociado asume que si la  $H_0$  es cierta, es decir, que las dos primeras autocorrelaciones de rezago estacional son cero, la distribución asintótica de  $QS$  converge a una distribución chi-cuadrado con dos grados de libertad. Maravall (2012) recomienda contrastar esta hipótesis con un nivel de significancia del 1 %. Si existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis, entonces la serie presenta estacionalidad.

Una vez que se haya comprobado gráfica (paso 1 del esquema del ECB) y estadísticamente que la

---

<sup>29</sup>Una explicación práctica puede ser encontrada en la sección 2.4 de Gallardo y Rubio (2009).

<sup>30</sup>Tenga en cuenta que, si una serie se ajusta correctamente, entonces esperaríamos una autocorrelación estacional negativa en las series desestacionalizadas (diferenciadas) y en las irregulares. Por lo que, el valor 0 para el  $QS$  son inusuales.

serie de interés presenta estacionalidad, se procede con la desestacionalización en el modulo X11.

### 3.2.2. Algoritmo X11

El algoritmo desarrollado en este modulo puede definirse en dos etapas (i) estimación preliminar y (ii) estimación final. Para ejemplificar esto, se asumirá un modelo aditivo, como el presentado en la ecuación (1).

**Etapa 1 (estimación preliminar):** esta etapa estima los componentes no observados y desestacionaliza la serie de interés de manera preliminar. Para ello, utiliza la serie prefiltrada en el módulo regARIMA y desarrolla los siguientes cuatro pasos:

1. Estimación de la tendencia utilizando una media móvil de 2x12<sup>31</sup>:

$$TC_t^{(1)} = M_{2x12}(L) \cdot y_t$$

Este promedio móvil conserva las tendencias lineales, elimina la estacionalidad y minimiza la varianza de la perturbación.

2. Estimación del componente estacional ( $S_t = \tilde{S}_t + K_t$ ) e irregular:

$$(S_t + I_t)^{(1)} = y_t - TC_t^{(1)}$$

3. Estimación del componente estacional con un promedio móvil de 3x3<sup>32</sup> sobre cada mes:

$$\begin{aligned} S_t^{(1)} &= M_{3x3}(L) \cdot (S_t + I_t)^{(1)} \\ I_t^{(1)} &= y_t - TC_t^{(1)} - S_t^{(1)} \end{aligned}$$

Este promedio móvil de 3x3 conserva los componentes lineales.

Finalmente, los coeficientes estacionales son normalizados de forma tal que la suma sobre un período de doce meses sea nula<sup>33</sup>, es decir:

$$\bar{S}_t^{(1)} = S_t^{(1)} - M_{2x12}(L) \cdot S_t^{(1)}, \text{ tal que } \sum_{t=1}^{12} \bar{S}_t^{(1)} = 0$$

4. Estimación de la serie ajustada por estacionalidad:

$$y_t^{SA(1)} = y_t - \bar{S}_t^{(1)}$$

<sup>31</sup>Este promedio permite estimar una tendencia para series mensuales de la siguiente forma:

$$M_{2x12}(L) \cdot y_t = \frac{1}{24} (L^6 + 2L^5 + \dots + 2 + \dots + 2L^{-5} + L^{-6}) \cdot y_t$$

<sup>32</sup>Este promedio móvil es de la siguiente forma:

$$M_{3x3}(L) \cdot y_t = \frac{1}{9} (L^2 + 2L + 3 + 2L^{-1} + L^{-2}) \cdot y_t$$

<sup>33</sup>En un enfoque multiplicativo la normalización es para que los factores estén alrededor del 1.

Esta primera estimación de la serie ajustada, por construcción, presenta menos estacionalidad.

**Etapa 2 (estimación final):** en esta segunda etapa, se utilizan los mismos cuatro pasos anteriores, pero empleando la serie ajustada preliminarmente con el objetivo de suavizar los estimadores preliminares de los componentes:

1. Estimación de la tendencia por un promedio móvil de Henderson sobre 13 términos<sup>34</sup>:

$$TC_t^{(2)} = M_{13}^H \cdot y_t^{SA(1)}$$

2. Estimación del componente estacional e irregular:

$$(S_t + I_t)^{(2)} = y_t - TC_t^{(2)}$$

3. Estimación del componente estacional con un promedio móvil de 3x5<sup>35</sup> sobre cada mes:

$$S_t^{(2)} = M_{3 \times 5}(L) \cdot (S_t + I_t)^{(2)}$$

$$I_t^{(2)} = y_t - TC_t^{(2)} - S_t^{(2)}$$

El promedio aquí utilizado tiene siete términos el cual conserva los componentes lineales. Los coeficientes estacionales son normalizados como sigue:

$$\bar{S}_t^{(2)} = S_t^{(2)} - M_{2 \times 12}(L) \cdot S_t^{(2)}, \text{ tal que } \sum_{t=1}^{12} \bar{S}_t^{(2)} = 0$$

4. Estimación final de la serie ajustada por estacionalidad:

$$y_t^{SA(2)} = y_t - \bar{S}_t^{(2)}$$

La dificultad del algoritmo X11 radica, fundamentalmente, en la elección de los promedios móviles estacionales y tendenciales (Henderson), sin embargo, a partir del trabajo de [Ladiray y Quenneville \(2001\)](#), el módulo realiza una selección automática para estos promedios utilizando como criterio el valor de la razón de estacionalidad móvil  $MSR = I/S$  y del ratio  $I/C$  (donde  $C$  es la tendencia-ciclo) para la media móvil estacional y de Henderson, respectivamente. En efecto, según los autores, para seleccionar el tamaño de los filtros estacionales y tendenciales, se deberá utilizar el siguiente criterio:

- **Filtro Estacional:**

- Si  $MSR$  es inferior a 1.5, es conveniente utilizar una media móvil estacional de  $3 \times 1$ .

<sup>34</sup> En el anexo A.6.2 de [Villareal \(2005\)](#) se presenta una definición detallada de este promedio móvil.

<sup>35</sup> Este promedio móvil es de la siguiente forma:

$$M_{3 \times 5}(L) \cdot y_t = \frac{1}{15} (L^3 + \dots + 3 + \dots + L^{-3}) \cdot y_t$$

- Si se sitúa entre 1.5 y 2.5, se recomienda usar  $3 \times 3$ .
- Si se sitúa entre 3.5 y 5.5, se recomienda usar  $3 \times 5$ .
- Si es mayor a 6.5, se recomienda usar  $3 \times 9$ .
- **Filtro Tendencial** (Henderson):
  - Si  $I/C$  es inferior a 1, conviene adoptar una media móvil de Henderson de 9 términos.
  - Si se sitúa entre 1 y 3.5, se recomienda usar una media de 13 términos.
  - Si es superior a 3.5, se recomienda adoptar una media móvil de 23 términos.

### 3.2.3. Diagnósticos de calidad

Posterior a la estimación de los componentes no observados, el siguiente paso será evaluar la calidad del ajuste estacional. Para ello, el módulo produce once estadísticos  $M$  y una prueba  $Q$  consistente en un promedio ponderado de estos once estadísticos, que permitirán detectar la calidad del ajuste. El listado es el siguiente:

- **M1**: contribución relativa del componente irregular a la varianza de la serie original.
- **M2**: contribución relativa del componente irregular a la varianza de la serie ajustada estacionalmente.
- **M3**: proporción de la variación promedio del componente irregular respecto de la variación promedio de la tendencia-ciclo.
- **M4**: cuantificación de la autocorrelación de la componente irregular medida por la duración media de rachas crecientes o decrecientes.
- **M5**: número de períodos estacionales requeridos para que el cambio en el componente de tendencia-ciclo supere al cambio en el componente irregular.
- **M6**: proporción del cambio anual del componente irregular respecto del cambio anual del componente estacional.
- **M7**: proporción de estacionalidad móvil presente en la serie comparada con la estacionalidad estable.
- **M8**: tamaño de las fluctuaciones del componente estacional a lo largo de la serie completa. Es la variación absoluta media del componente estacional para todos los períodos estacionales a lo largo de la serie completa.
- **M9**: movimiento lineal promedio del componente estacional a través de la serie completa.
- **M10**: lo mismo que M8, pero sólo para los últimos años.
- **M11**: los mismo que M9, pero sólo para los últimos años.
- **Q**: promedio ponderado de los estadísticos  $M$ .

Estos indicadores fueron construidos para obtener una fácil interpretación<sup>36</sup>. Ellos alcanzan valores entre cero y tres. En el caso que el estadístico sea menor o igual a uno, la calidad del ajuste estacional se considera adecuada, de hecho, entre más cercano a cero, el ajuste es mejor. Por el contrario, si es superior a uno, se considera un tratamiento deficiente, sin embargo, en la práctica si alguno de los estadísticos  $M$  es mayor a uno, pero el promedio ponderado  $Q$  es menor a uno, se concluye que la serie tuvo un proceso de desestacionalización aceptable.

## 4. Aplicación método X13-ARIMA-SEATS

La Dipres publica en sus informes de ejecución presupuestaria los estados de operación del Gobierno Central de Chile para el año en curso, detallando tanto operaciones financieras como no financieras. En este documento se realizará el análisis de ajuste estacional sobre las operaciones no financieras que afectan al patrimonio neto y a la adquisición neta de activos, obteniéndose 16 variables fiscales desestacionalizadas<sup>37</sup>. En el lado de los ingresos, destacan: (i) ingresos totales; (ii) ingresos corrientes; (iii) ingresos tributarios netos; (iv) tributación resto contribuyentes; (v) impuesto a la renta; (vi) Pagos Provisionales Mensuales; (vii) Impuesto al Valor Agregado. Mientras que, en los desembolsos, las series incluidas fueron: (viii) gasto total; (ix) gasto corriente; (x) gasto en personal; (xi) gasto en bienes y servicios de consumo y producción; (xii) subsidios y donaciones; (xiii) prestaciones previsionales; (xiv) gasto de capital; (xv) inversión; y (xvi) transferencias de capital.

Para las series de impuesto a la renta, Pagos Provisionales Mensuales (PPM) e Impuesto al Valor Agregado (IVA), se utilizó un intervalo desde enero de 2004 hasta diciembre de 2023, mientras que para las demás el intervalo fue desde enero de 2012 hasta diciembre de 2023. Adicionalmente, dado que estas series pueden presentar valores negativos en algunos períodos<sup>38</sup>, se realizó una imputación *ad-hoc*, y se testeó si esta puede ser considerada como atípica por el programa.

Los subtítulos de ingresos, tales como tributación minería privada o cobre bruto, así como algunos de gasto, como intereses u otros gastos, no cumplieron con los criterios estadísticos necesarios para realizar el proceso de ajuste estacional, debido, entre otras cosas, a la ausencia de un componente estacional identificable y/o un componente irregular que domina la variación de un posible factor estacional.

Para ejemplificar la metodología de ajuste estacional, se desarrollará el proceso para la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción, ajustada por inflación, en el intervalo desde enero de 2012 hasta diciembre de 2023, disponible en la base de datos del BCCh.

### 4.1. Análisis gráfico

Como se mencionó en la [sección 2.2](#), antes de iniciar cualquier proceso de ajuste estacional, es fundamental familiarizarse con las series de tiempo que se buscan desestacionalizar. El propósito de esto es contar con la mayor cantidad posible de información para detectar visualmente los elementos esenciales que permitirán la selección de las variables determinísticas adecuadas para el

<sup>36</sup>En [Gallardo y Rubio \(2009\)](#) se puede encontrar una definición e interpretación detallada de cada estadístico.

<sup>37</sup>Para mayor detalle revisar [anexo A](#) y ficha técnica presentada en el [anexo D](#) de este documento.

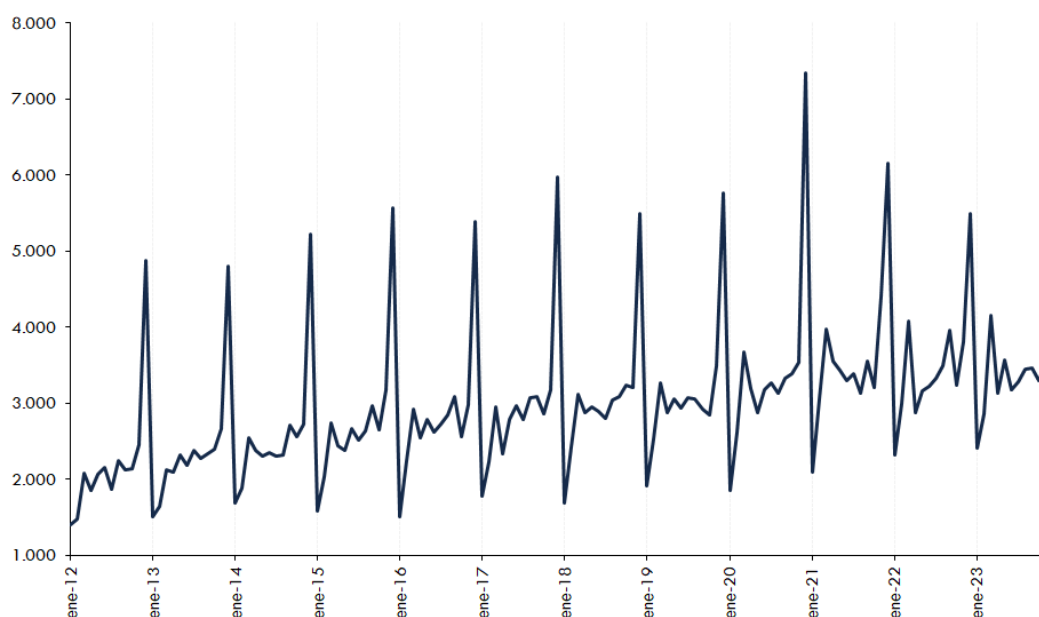
<sup>38</sup>Por ejemplo, el impuesto a la renta presenta normalmente un valor negativo en mayo, debido a un rebote desde la fuerte recaudación del mes de abril, debido la Operación Renta.

tratamiento, de modo que la serie desestacionalizada refleje las características subyacentes de la serie original.

Graficar la serie original a través del tiempo (ver [gráfico 7](#)), año a año (ver [gráfico 8](#)) o mes a mes (ver [gráfico 9](#)), ayudará a determinar si la serie tiene patrones estacionales. Además, estos gráficos pueden revelar si existen comportamientos inusuales en un período o en un intervalo de tiempo (efectos fijos).

### Gráfico 7: Evolución del gasto en bienes y servicios de consumo y producción

(Serie deflactada por IPC, enero 2012 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia en base a información de la Dipres y el BCCCh.

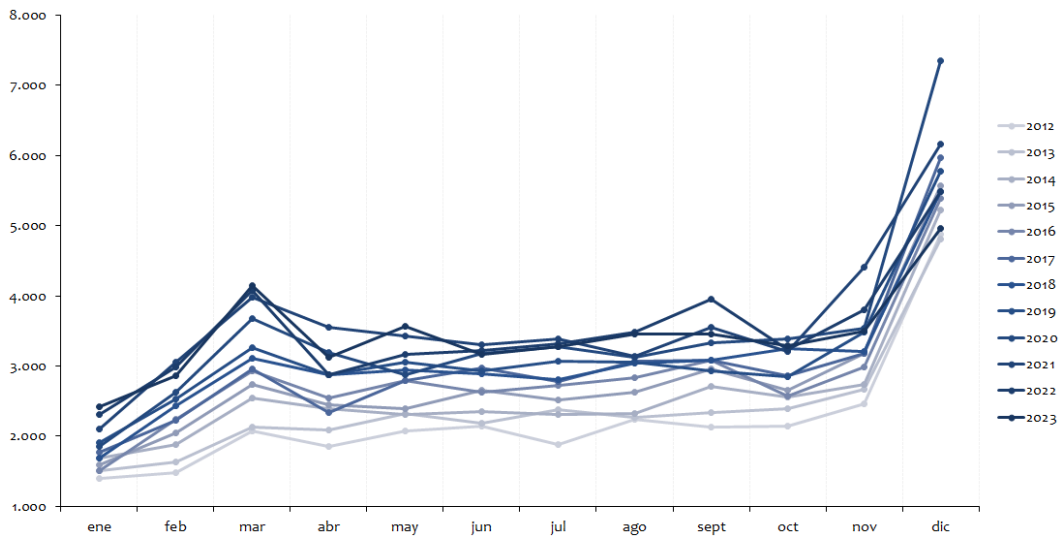
De acuerdo a lo mencionado en la introducción, la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción se caracteriza por una fuerte expansión en el mes de diciembre. Según [Arancibia \(2020\)](#) las instituciones públicas suelen enfrentar una presión significativa para gastar sus presupuestos antes de que finalice el año fiscal. Esto se traduce en una "fiebre de gastos", donde se busca ejecutar los recursos asignados para evitar recortes en el futuro. Esta práctica es común en muchas administraciones y genera concentraciones de gasto en el último trimestre del año, lo que puede resultar en ineficiencias operativas<sup>39</sup>.

Adicionalmente, se observa una tendencia positiva a lo largo del intervalo de tiempo, con diferentes amplitudes del patrón estacional, lo cual sugiere preliminarmente la necesidad de log-transformar la serie y, por tanto, utilizar una descomposición multiplicativa. Por último, es evidente que diciembre de 2020 (crisis del Covid-19) muestra un nivel superior a la evolución histórica de este mes, lo que plantea la posibilidad de estudiar si se trata de un comportamiento atípico o no. En la [sección 4.3](#) se analizará en detalle.

<sup>39</sup>Un análisis detallado sobre esta situación puede encontrarse en [Rodríguez y Berner \(2020\)](#).



**Gráfico 8:** Gasto en bienes y servicios de consumo y producción por año  
(Serie deflactada por IPC, enero 2012 - diciembre 2023)

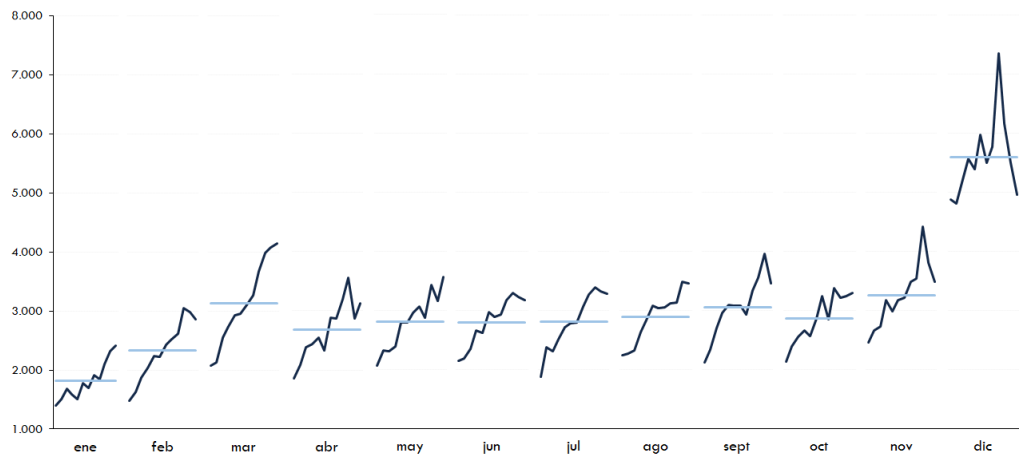


Fuente: elaboración propia en base a información de la Dipres y el BCCh.

Nótese cómo queda en evidencia el comportamiento inusual de diciembre de 2020 respecto al mismo mes de los demás años.

En la misma línea del gráfico anterior, el gráfico mes a mes permite analizar el comportamiento de la serie por período. En este, se incluye el promedio no condicional (línea horizontal) de cada mes para los distintos años en la muestra (desde 2012 hasta 2023), evidenciando también el comportamiento del mes a través del tiempo.

**Gráfico 9:** Gasto en bienes y servicios de consumo y producción por mes  
(Serie deflactada por IPC, enero 2012 - diciembre 2023)

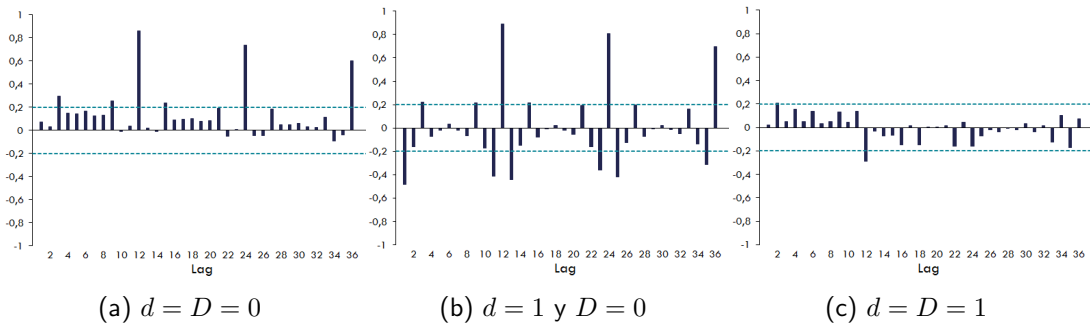


Fuente: elaboración propia en base a información de la Dipres y el BCCh.

Un análisis informal de estacionalidad implica examinar las funciones de autocorrelación (ACF) de la serie original y de las primeras diferencias (regular y estacional) para identificar dependencia de los datos en el tiempo, incluyendo dependencia estacional.

Para una serie mensual con estacionalidad, se esperarían valores grandes y positivos en el rezago 12 y sus múltiplos (24, 36, etc.)<sup>40</sup>. Si los rezagos estacionales son pequeños y estadísticamente insignificante, particularmente la autocorrelación en el rezago 12 para una serie mensual, indica falta de evidencia de estacionalidad en la serie<sup>41</sup>.

**Gráfico 10:** ACF del gasto en bienes y servicios de consumo y producción (Nivel, diferencia regular y estacional)



Fuente: elaboración propia utilizando las funciones `diff` y `acf` del software R.

El panel (a) del gráfico 10 muestra la función de autocorrelación de la serie original ( $\Delta^{d=0} \Delta^{D=0} y_t$ ), el panel (b) la función para la primera diferenciación regular (no estacional) de la serie original ( $\Delta^{d=1} \Delta^{D=0} y_t$ ) y el panel (c) las autocorrelaciones para la primera diferenciación regular y estacional ( $\Delta^{d=1} \Delta^{D=1} y_t$ ). Se observa que el rezago 12 y sus múltiplos (24 y 36) de la serie original son positivos y grandes, manteniéndose incluso cuando se realiza la diferenciación regular, pero desapareciendo al aplicar la diferencia estacional. Por lo tanto, es posible concluir que la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción presenta estacionalidad.

Por otro lado, el uso de gráficos espectrales también resulta útil para determinar la frecuencia de los patrones estacionales. Este tipo de gráficos se puede construir a partir de los resultados preliminares del programa X13, y que requiere al menos 96 meses en la muestra (8 años), para estimar el espectro de las frecuencias estacionales 1/12, 2/12, 3/12, 4/12, 5/12 y 6/12. Estas frecuencias corresponden a efectos estacionales recurrentes a lo largo de los años, según el numerador. Es decir, si una característica se repite una vez en 12 meses (un año), corresponde a una frecuencia de 1/12; mientras que si se repite cuatro veces en 12 meses (trimestral), la frecuencia será 4/12. Cada frecuencia estacional representa el número de ciclos por año, ya sea una vez (1/12), dos veces (2/12), o hasta seis veces (6/12)<sup>42</sup>. La presencia de grandes picos visualmente significativos en la frecuencia estacional indica evidencia de estacionalidad.

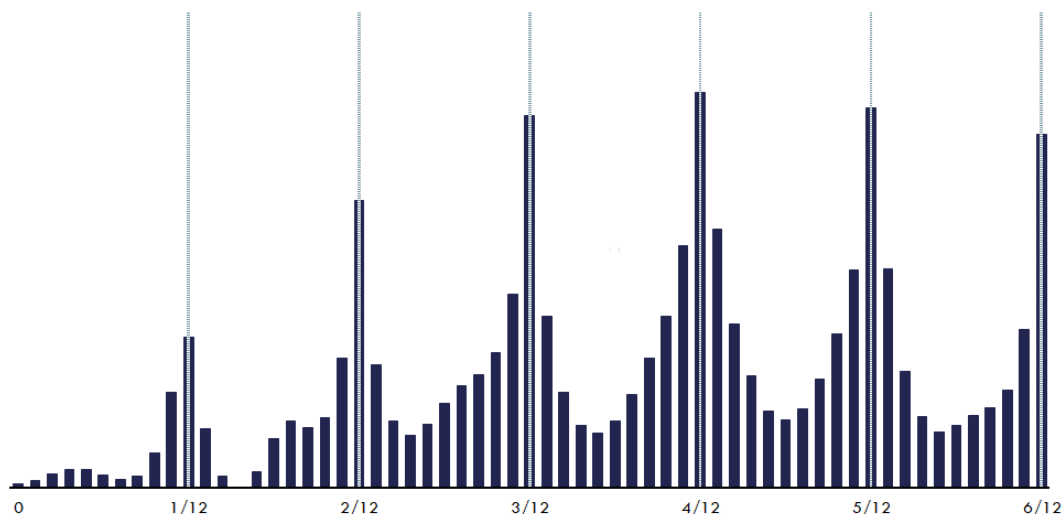
<sup>40</sup>Para una serie trimestral deberíamos ver autocorrelaciones positivas y grandes en los rezagos 4, 8, 12, etc.

<sup>41</sup>Un análisis detallado sobre el análisis de las funciones de autocorrelación puede ser encontrado en el apéndice A de Monsell y Chen (2022).

<sup>42</sup>Una discusión más detallada se presenta en el Apéndice A de Monsell y Chen (2022).

## Gráfico 11: Frecuencia espectral del gasto en bienes y servicios de consumo y producción

(Frecuencia espectral para ciclos estacionales)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a estimación preliminar del programa X13.

Nota: para la estimación preliminar se utilizó la especificación (*spec*) `automd1` del programa X13 para seleccionar el modelo inicial utilizado en la estimación espectral. El modelo elegido fue un `SARIMA(0 1 1)(0 1 1)12`.

Para esta serie, todas las frecuencias estacionales están por encima del nivel mediano de todas las frecuencias del gráfico y son considerablemente más altas que sus frecuencias vecinas. Esto proporciona evidencia visual de estacionalidad en la serie de gastos de bienes y servicios de consumo y producción.

### 4.2. Transformación

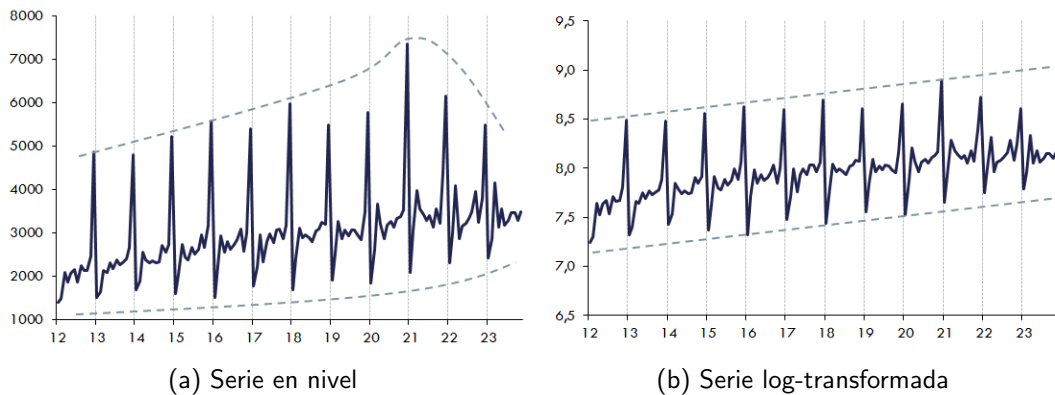
Una vez conocido el comportamiento de la serie de interés, será importante determinar la descomposición (aditiva o multiplicativa) que se utilizará para el ajuste previo. Como se mencionó en la [sección 3.1.2](#), si la varianza de una serie parece estar relacionada con su nivel, como es común en muchas series económicas, entonces una descomposición multiplicativa podría ser la más apropiada. En términos prácticos, esto implica aplicar logaritmos a la ecuación (3), quedando como una descomposición de la serie original y de sus componentes transformadas.

$$\log y_t = \log TC_t + \log S_t + \log I_t$$

El [gráfico 12](#) ejemplifica las diferencias respecto a la varianza. En panel (a) se presenta la serie de gasto en nivel, mientras que el panel (b) la serie log-transformada. Se observa cómo la serie en nivel presenta una mayor varianza, mostrando diferentes amplitudes en los meses estacionales. Dado lo anterior, es recomendable utilizar la serie log-transformada. Para contar con un respaldo estadístico adicional, el [cuadro 2](#) resume las estadísticas producidas por el programa X13, en el que se estima un modelo preliminar en nivel y otro log-transformado.

## Gráfico 12: Descomposición del gasto en bienes y servicios de consumo y producción

(Nivel y log- transformada)



Fuente: elaboración propia.

## Cuadro 2: Estadísticas del programa X13 para la serie en nivel y log-transformada

Estadísticas	Serie efectiva	Serie log-transformada
Log likelihood (L)	-922.12	-1047.12
Log likelihood Ajustada (L)*	-	-891.93
AIC	1850.25	1789.87
AICc	1850.43	1790.06
HQ	1853.75	1793.37
BIC	1858.87	1798.50

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del programa X13.

(\*): el programa X13 produce un ajuste del log-likelihood, para poder realizar una comparación de ambos modelos utilizando este estadístico.

Nota: en verde el estadístico elegido; El modelo regARIMA utilizado por el programa para la comparación de la serie en nivel y log-transformada fue un SARIMA(0 1 1)(0 1 1)<sub>12</sub>.

Utilizando un  $\Delta_{AICc} = -2$ , el programa X13 selecciona automáticamente la serie **log-transformada**, por lo que sugiere utilizar una descomposición multiplicativa para el ajuste estacional de la serie de gasto.

Al observar los demás estadísticos de la optimización, se llega a la misma conclusión. En efecto, el modelo con la serie transformada obtiene un mayor máximo para la función de verosimilitud, al igual que los menores valores de los criterios de información (AIC, HQ y BIC).

Con lo anterior, se utilizará la serie log-transformada para continuar con el proceso de ajuste estacional.

### 4.3. Elección de calendario y modelamiento de outliers

Debido a la premisa de que en los datos diarios existe cierta periodicidad semanal completamente determinística que debería manifestarse en una serie mensual, se pondrán a prueba modelos de efecto calendario para capturar el componente estacional no sistemático de la serie de gasto. Para

ello, se utilizará el modelo general presentado en [Bravo y col. \(2002\)](#) que está adaptado al sistema chileno y una versión simplificada de este. Para ello, se estimaron 7 modelos:

1. Semana completa (SC): considera todos los días de la semana (lunes a domingo), sin considerar los feriados de días laborales en el mes.

$$K_t = \sum_{i=1}^6 \tilde{\beta}_i (x_{i,t} - x_{7,t}) + \bar{\beta} LY_t \quad (8)$$

donde  $K_t$  es el efecto calendario del mes  $t$ ,  $x_{i,t}$  es la cantidad de días del tipo  $i \in \{1, 2, \dots, 7\}$ <sup>43</sup>,  $\tilde{\beta}_i$  es un efecto fijo y determinístico del día  $i$  y  $LY_t$  es una variable ficción que caracteriza el mes de febrero para un año bisiesto<sup>44</sup>.

2. Semana completa con feriados (SC+F): considera todos los días de la semana (lunes a domingo), considerando y agregando los feriados de días laborales en el mes.

$$K_t = \sum_{i=1}^5 \tilde{\beta}_i^1 \left( \underbrace{x_{i,t}^1}_{x_{i,t} - x_{i,t}^2} - x_{7,t} \right) + \tilde{\beta}_6 (x_{6,t} - x_{7,t}) + \bar{\beta}_1 \cdot \underbrace{N_t^2}_{\sum_{i=1}^5 x_{i,t}^2} + \bar{\beta}_2 LY_t \quad (9)$$

donde  $x_{i,t}^1$  es el número de días no feriados del tipo  $i$  en el mes  $t$ ,  $x_{i,t}^2$  es el número de días feriados del tipo  $i$ <sup>45</sup>, tal que  $x_{i,t}^2 = x_{i,t} - x_{i,t}^1$  y  $N_t^2$  es la cantidad total de días feriados.

3. Semana de lunes a viernes (LV): versión simplificada del modelo general en el que se define sólo una variable regresora<sup>46</sup> y cuyo supuesto subyacente es que todos los días de la semana tienen efectos idénticos, así como los días de fin de semana tienen similares efectos. Esto es.

$$K_t = \bar{\beta}_1 \left( \underbrace{\sum_{i=1}^5 x_{i,t}}_{dh_t} - \frac{5}{2} \cdot \underbrace{\sum_{i=6}^7 x_{i,t}}_{df_t} \right) + \bar{\beta}_2 LY_t \quad (10)$$

donde  $dh_t$  son la cantidad de días laborales de lunes a viernes en el mes  $t$  y  $df_t$  es la cantidad de días de fin de semana.

4. Semana de lunes a viernes con feriados (LV+F): se utilizan días laborales de lunes a viernes hábiles.

$$K_t = \bar{\beta}_1 \left( \sum_{i=1}^5 x_{i,t}^1 - \frac{5}{2} (x_{6,t} + x_{7,t}) \right) + \bar{\beta}_2 N_t^2 + \bar{\beta}_3 LY_t \quad (11)$$

<sup>43</sup>Tal que  $i = 1$  para el lunes,  $i = 2$  para el martes, hasta  $i = 7$  para el domingo.

<sup>44</sup>Toma el valor de 0,75 si  $t$  es febrero de año bisiesto, -0,25 si  $t$  es febrero de un año no bisiesto y 0 para cualquier otro mes. Para mayor detalle ver [Young \(1965\)](#).

<sup>45</sup>No se considerará como feriado ni el sábado ni el domingo.

<sup>46</sup>Para mayor detalle ver sección 4.3. del [U.S. Census Bureau \(2017\)](#) y [Cortez y Martin \(2018\)](#).

5. Semana de lunes a jueves (LJ): este modelo, utilizado por [Cortez y Martin \(2018\)](#) para medir el efecto calendario del Índice de Actividad del Comercio al por Menor (IACM) del Instituto Nacional de Estadísticas (INE), asume que el efecto del viernes es parecido al efecto del sábado y domingo, por lo que, ahora la semana laboral será de cuatro días y el fin de semana de tres. Esto es:

$$K_t = \bar{\beta}_1 \left( \sum_{i=1}^4 x_{i,t} - \frac{4}{3} \sum_{i=5}^7 x_{i,t} \right) + \bar{\beta}_2 LY_t \quad (12)$$

6. Semana de lunes a jueves con feriados (LJ+F): mismo modelo anterior, pero utilizando días laborales de lunes a jueves hábiles.

$$K_t = \bar{\beta}_1 \left( \sum_{i=1}^4 x_{i,t}^1 - \frac{4}{3} (x_{5,t}^1 + x_{6,t} + x_{7,t}) \right) + \bar{\beta}_2 N_t^2 + \bar{\beta}_3 LY_t \quad (13)$$

Note que el día viernes también es un día hábil,  $x_{5,t}^1 = x_{5,t} - x_{5,t}^2$ .

7. Cantidad de feriados de días laborales (F): este modelo asume un efecto calendario asociado sólo a los feriados de la semana laboral del mes.

$$K_t = \bar{\beta}_1 N_t^2 + \bar{\beta}_2 LY_t \quad (14)$$

Note que la serie de gasto al estar log-transformada, permite interpretar los  $\beta$ 's será como una semi-elasticidad, es decir, por cada unidad adicional de  $x_{i,t}$ , *ceteris paribus*, el gasto en bienes y servicios de consumo y producción del Gobierno Central cambiará en  $\beta_i \cdot 100$  por ciento.

El [cuadro 3](#) presenta los resultados de la estimación para cada modelo, observándose que los modelos (1) y (2), relacionados con la semana completa, no son los apropiados, ya que no todos los días resultan estadísticamente significativos. En cambio, los otros cinco modelos sí lo son. Cabe destacar que, para los siete modelos, la variable  $LY_t$ , correspondiente al año bisiesto, no es estadísticamente significativa.

Para seleccionar finalmente el modelo óptimo entre los cinco modelos estadísticamente significativos se utilizará como criterio adicional el rendimiento según las estadísticas de la estimación por máxima verosimilitud (ver [cuadro 4](#)).

El modelo calendario seleccionado será el número 5 (LJ), ya que presenta el mayor valor de maximización de la función de verosimilitud, además de tener los menores valores en sus criterios de información. De esta manera, si la cantidad de días de lunes a jueves aumenta en una unidad adicional, manteniendo los demás factores constantes, se espera que el gasto en bienes y servicios de consumo producción aumente en promedio un 1 %.

**Cuadro 3:** Estimación modelos de efecto calendario<sup>(1)</sup>

Parámetros <sup>(2)</sup>	SC (1)	SC+F (2)	LV (3)	LV+F (4)	LJ (5)	LJ+F (6)	F (7)
Lunes	0,014 (1,66)*	0,007 (0,8)	-	-	-	-	-
Martes	0,004 (0,47)	0,000 (-0,05)	-	-	-	-	-
Miércoles	0,002 (0,25)	0,002 (0,23)	-	-	-	-	-
Jueves	0,018 (2,07)*	0,029 (3,29)***	-	-	-	-	-
Viernes	0,010 (1,13)*	0,002 (0,24)	-	-	-	-	-
Sábado	-0,021 (-2,34)**	-0,024 (-2,75)***	-	-	-	-	-
Lunes-Viernes	-	-	0,009 (5,01)***	0,009 (5,48)***	-	-	-
Lunes-Jueves	-	-	-	-	0,010 (4,63)***	0,009 (4,25)***	-
Feridos	-	-0,021 (-2,54)**	-	-0,017 (-2,31)**	-	-0,021 (-2,57)**	-0,019 (-2,32)**
LY	-0,017 (-0,50)	-0,015 (-0,43)	-0,016 (-0,45)	-0,015 (-0,44)	-0,017 (-0,48)	-0,017 (-0,49)	-0,011 (-0,30)

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del programa X13.

Códigos de significancia: “\* \* \*” 0.01, “\*\*” 0.05, “\*” 0.1.

(1): para la construcción de las series de días de cada modelo calendario, se consideró el calendario chileno desde enero de 1985 hasta diciembre de 2029.

(2): entre paréntesis valor del estadístico *t*-student.

Nota: el modelo regARIMA utilizado por el programa para la comparación de los modelos fue un SARIMA(0 1 1)(0 1 1)<sub>12</sub>.

**Cuadro 4:** Selección del modelo calendario

Estadísticas Likelihood	LV (3)	LV+F (4)	LJ (5)	LJ+F (6)	F (7)
Log likelihood (L)	154,37	143,27	166,46	165,52	144,26
Log likelihood Ajustada (L)	-892,75	-903,85	-880,66	-881,60	-902,86
AIC	1793,50	1819,69	1771,32	1773,20	1815,71
AICc	1793,82	1820,37	1771,80	1773,68	1816,19
HQ	1798,17	1826,70	1777,16	1779,04	1821,55
BIC	1805,00	1836,95	1785,70	1787,58	1830,09

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del programa X13.

Por otro lado, como se mencionó en la [sección 4.1](#) al analizar el [gráfico 7](#), [gráfico 8](#) y [gráfico 9](#), se observa que diciembre de 2020 presenta un comportamiento atípico. Para confirmar esto, se seguirán las directrices de la nota metodológica de Eurostat (2020) sobre el tratamiento de valores atípicos para modelar las anomalías en el contexto de la pandemia del Covid-19. Para ello, se estimó un modelo con el calendario LJ, especificando un outlier aditivo (ao) para diciembre de

2020 y permitiendo que el programa X13 busque otros posibles valores atípicos. Los resultados se presentan en el [cuadro 5](#).

### Cuadro 5: Modelamiento de *outliers*

Variable	Parámetro		Error	
	Estimado	Estándar	t-value	Pr(>  t )
Diciembre 2020	0,193	0,051	3,80	0,000***
Lunes-Jueves	0,009	0,002	4,67	0,000***

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del programa X13.

Códigos de significancia: “\*\*\*” 0.01, “\*\*” 0.05, “\*” 0.1.

Nota: el modelo regARIMA utilizado por el programa para la estimación fue un SARIMA(0 1 1)(0 1 1)<sub>12</sub>.

El programa X13 no encontró ningún otro valor atípico para la serie de gasto en el intervalo estudiado y determinó que diciembre de 2020, al ser estadísticamente significativo, presenta información suficiente para establecer que este periodo se comportó como un *outlier*. Por lo tanto, esta variable, junto con el modelo calendario LJ, representará la base de variables determinísticas para continuar con la identificación del modelo SARIMA que mejor se ajusta a la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción.

#### 4.4. Identificación del modelo SARIMA

De acuerdo a lo discutido en la [sección 3.1.4](#), se evaluaron los cinco mejores modelos determinados automáticamente por el programa X13 más un sexto modelo, en cinco categorías: (i) significancia de las variables determinísticas y coeficientes SARIMA; (ii) mejor ajuste según criterios de información de la optimización de la función de verosimilitud; (iii) normalidad de los residuos; (iv) menor error de ajuste según medidas AAPE y MSE ; y (v) mejor calidad del ajuste estacional según estadísticos *M*. El modelo seleccionado es un SARIMA(0 1 1)(1 1 1)<sub>12</sub>, es decir, un modelo con una diferencia ordinaria ( $d = 1$ ), una diferencia estacional ( $D = 1$ ), una media móvil regular (MA), un componente autorregresivo estacional (SAR) y una media móvil estacional (SMA).

A partir del modelo general regARIMA presentado en la ecuación (7), el modelo SARIMA a estimar será:

$$\Delta\Delta_{12}\tilde{y}_t = \bar{\beta}_1\Delta\Delta_{12}LJ_t + \bar{\beta}_2\Delta\Delta_{12}dic2020_{ao} + \frac{(1-\theta)(1-\Theta L^{12})}{(1-\Phi L^{12})}e_t, \quad e_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_e^2) \quad (15)$$

donde  $\tilde{y}_t = \log y_t$  es la serie de gasto log-transformada,  $LJ_t = \left(\sum_{i=1}^4 x_{i,t} - \frac{4}{3}\sum_{i=5}^7 x_{i,t}\right)$  es el modelo calendario de Lunes-Jueves,  $dic2020_{ao}$  es un outlier aditivo para diciembre de 2020 y  $\Delta\Delta_{12} = (1-L)(1-L^{12})$  es la diferencia regular ( $d = 1$ ) y estacional ( $D = 1$ ). Los resultados de la estimación son presentados en el [cuadro 6](#)<sup>47</sup>.

<sup>47</sup>Para mayor detalle sobre el análisis de normalidad de los residuos ver [anexo B](#) de este documento.



## Cuadro 6: Modelo SARIMA seleccionado

Variable	Parámetro		Error		
	Estimado	Estándar	t-value	Pr(>  t )	
Lunes-Jueves	$\bar{\beta}_1$	0,009	0,002	4,66	0,000***
Diciembre 2020	$\bar{\beta}_2$	0,189	0,052	3,61	0,000***
MA regular	$\theta$	0,827	0,051	16,23	0,000***
AR estacional	$\Phi$	-0,332	0,139	-2,38	0,019**
MA estacional	$\Theta$	0,185	0,149	1,24	0,217
Error estándar del residuo			0,00051	AIC	1763,62
Durbin-Watson estadístico			1,838	AICc	1764,30
Log likelihood			171,31	HQ	1770,63
Log likelihood (L) Ajustado			-1047,12	BIC	1780,88

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del programa X13.

Códigos de significancia: "\*\*\*" 0.01, "\*\*" 0.05, "\*" 0.1.

Note que para interpretar los resultados anteriores, es mejor representar la ecuación (15) como sigue:

$$\tilde{y}_t = \bar{\beta}_1 L J_t + \bar{\beta}_2 dic2020_{ao} + \frac{(1 - \theta)(1 - \Theta L^{12})}{(1 - L)(1 - L^{12})(1 - \Phi L)} e_t \quad (16)$$

por lo tanto, si la cantidad de días de lunes a jueves aumenta en una unidad adicional, *ceteris paribus*, el gasto en bienes y servicios de consumo y producción aumentará en promedio 0,9%, además, el modelo predice que en promedio el gasto en diciembre de 2020 fue 18,9% superior a otro mes.

### 4.5. Contrastes de estacionalidad en la serie de gasto

Antes de realizar el ajuste estacional a la serie de gasto pre- filtrada (sin efecto calendario ni valores atípicos), se contrastó la presencia de estacionalidad a través de los test presentados en la [sección 3.2.1](#)<sup>48</sup>.

El procedimiento para la identificación de estacionalidad será primero revisando la prueba de estacionalidad estable, luego la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, posteriormente el contraste de estacionalidad móvil y luego el combinado de estacionalidad identificable. Por último, se revisará el diagnóstico QS.

El [cuadro 7](#) presenta los resultados obtenidos para la prueba F de estacionalidad estable, reflejando que la H0 de no estacionalidad se rechaza al 0,1% de significancia, por lo que, existe información estadística suficiente para decir que hay presencia de estacionalidad en la serie de gasto.

<sup>48</sup>Los primeros cuatro diagnósticos se obtienen a partir de la Tabla D.8 del programa X13, mientras que el quinto se obtiene de la Tabla F.3.

## Cuadro 7: Prueba F de estacionalidad estable

	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Media Cuadrada	Valor F
Entre meses	110.247,4	11	10.022,5	208.475**
Residuales	6.345,9	132	48,1	-
Total	116.593,3	143	-	-

\*\* Estacionalidad presente al nivel de 0,1 %.

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla D8.A del programa X13.

Como se mencionó en la [sección 3.2.1](#) el contraste anterior puede fallar si el supuesto de normalidad sobre el componente irregular de la serie no se cumple. Una alternativa es revisar la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, cuyos resultados se presentan en el [cuadro 8](#). En este caso, la hipótesis nula se rechaza a cualquier nivel de significancia, lo que respalda el resultado de la prueba F y permite concluir que hay presencia de estacionalidad en la serie de gasto.

## Cuadro 8: Prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis

Estadístico Kruskal-Wallis	Grados de Libertad	Nivel de Probabilidad
128,9	11	0,000

Estacionalidad presente al nivel de 1 %.

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla D8.A del programa X13.

Siguiendo con las pruebas de estacionalidad, el [cuadro 9](#) presenta los resultados del contraste de estacionalidad móvil.

## Cuadro 9: Contraste de estacionalidad móvil

	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Media Cuadrada	Valor F
Entre años	445,79	12	37,15	0,826
Residuales	5.937,71	132	44,98	-

No evidencia de estacionalidad móvil al nivel de 5 %.

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla D8.A del programa X13.

Según el cuadro anterior no existe estacionalidad móvil en la serie de gasto al 5 % de significancia, lo cual contradice los resultados de las dos pruebas anteriores que indicaban la presencia de estacionalidad. Esto no es inusual, ya que es común encontrar contradicciones en los resultados de los contrastes. Por esta razón y para analizar estos antecedentes en conjunto, se utiliza el contraste de estacionalidad identificable. Cabe señalar que, el resultado de este contraste no se determina únicamente por el estadístico  $T$  (ver [sección 3.2.1](#)), sino por todas las pruebas realizadas hasta este punto. [Gallardo y Rubio \(2009\)](#) presenta en detalle el funcionamiento de este contraste.

En el caso de la serie de gasto el resultado del programa X13 se presenta en el [cuadro 10](#), concluyendo que la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción presenta estacionalidad identificable.

## Cuadro 10: Contraste combinado de estacionalidad identificable

### Presencia de Estacionalidad Identificable

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla D8.A del programa X13.

Finalmente, se revisará el contraste de estacionalidad  $QS$ , cuyos resultados se presentan en el [cuadro 11](#). Recuerde que si la estimación de las dos primeras autocorrelaciones estacionales es negativa o igual a cero, entonces el estadístico  $QS$  será cero y su  $p$ -value se fijará en uno, indicando que no hay estacionalidad.

## Cuadro 11: Contraste de estacionalidad QS

VARIABLES	Intervalo		
	de Tiempo	QS	p-value
Serie original	Completo	236,53	0,00
	Subintervalo*	138,05	0,00
Serie original ajustada por outliers	Completo	244,59	0,00
	Subintervalo*	140,18	0,00
Residuos	Completo	0,00	1,00
	Subintervalo*	0,00	1,00
Serie ajustada por estacionalidad	Completo	0,00	1,00
	Subintervalo*	0,00	1,00
Serie ajustada por estacionalidad y outliers	Completo	0,00	1,00
	Subintervalo*	0,00	1,00
Serie componente irregular	Completo	0,00	1,00
	Subintervalo*	0,00	1,00
Serie componente irregular ajustado por outliers	Completo	0,00	1,00
	Subintervalo*	0,00	1,00

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla F3 del programa X13.

(\*): subintervalo comenzando desde enero de 2016.

Nota: el subintervalo es elegido automáticamente por el programa X13, para buscar posibles intervalos de comportamiento diferentes a la serie completa.

Como se observa en el cuadro anterior, la serie original, tanto en su versión modificada como sin ajuste por *outliers*, muestra estacionalidad al 1 % de significancia en todo el intervalo de estudio (enero de 2012 a diciembre de 2023) y en el subintervalo enero de 2016 a diciembre de 2023, mientras que los residuos, la serie ajustada por estacionalidad y el componente irregular no. Por lo tanto, considerando este resultado junto con los cuatro contrastes anteriores, se concluye que la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción presenta estacionalidad de forma estadística, por lo que será, recomendable de desestacionalizarla.

### 4.6. Análisis de estacionalidad residual

Una vez concluido el filtrado mediante el algoritmo X11 (ver [sección 3.2.2](#)), es necesario identificar si la serie ajustada por estacionalidad presenta estacionalidad residual. Para ello, el programa

presenta en la Tabla D.11 un test estadístico F que busca este fenómeno en la serie corregida por efecto calendario (pero no por *outliers*) y en la Tabla E.2 el contraste para la serie modificada (corregida por *outliers*). Los resultados se presentan en el [cuadro 12](#), permitiendo concluir que la serie de gasto desestacionalizada, ajustada tanto por efecto calendario como por *outliers* (modificada), no presenta estacionalidad residual a un nivel de significancia de 1%. Además, para los últimos tres años, tampoco se identifica estacionalidad tanto al 5% como al 1% de significancia.

### Cuadro 12: Contraste para la presencia de estacionalidad residual

Conclusión	Tabla	Estadístico F
No hay evidencia de estacionalidad residual en la serie completa al nivel de 1%	D.11	0,89
	E.2	0,18
No hay evidencia de estacionalidad residual en los últimos 3 años al nivel de 1%	D.11	0,43
	E.2	0,18
No hay evidencia de estacionalidad residual en los últimos 3 años al nivel de 5%	D.11	-
	E.2	-

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla D.11 del programa X13.

#### 4.7. Calidad del ajuste

Luego de determinar que la serie ajustada no presenta estacionalidad residual, el programa X13 proporciona un conjunto de tests estadísticos  $M$  que permiten evaluar la calidad del ajuste estacional. Como se mencionó en la [sección 3.2.3](#), se espera que estos estadísticos sean menores o iguales a uno para una calidad aceptable. Sin embargo, si alguno de estos estadísticos es mayor a uno, pero el promedio ponderado  $Q$  es menor a uno, entonces se puede concluir que la serie tuvo un proceso de ajuste estacional aceptable.

Los resultados de calidad para la serie de gasto se presentan en el [cuadro 13](#). Se observa que todos los estadísticos, salvo  $M5$ , incluyendo el promedio ponderado  $Q$ , son menores a uno, por lo cual indica, una calidad de ajuste aceptable en conjunto.

En cuanto al estadístico  $M5$ , que mide el número de meses que tarda el promedio de las variaciones (o desviaciones) de la serie de tendencia-ciclo en superar, en cuanto a importancia, al componente irregular, se observa que no es aceptable. Esto podría explicarse porque la tendencia-ciclo es muy plana. A pesar de esto, la calidad del ajuste no está en riesgo, ya que en conjunto la calidad es aceptable ( $Q < 1$ ) ([Gallardo y Rubio, 2009](#)).

### Cuadro 13: Diagnóstico de calidad de ajuste

Estadístico	$M1$	$M2$	$M3$	$M4$	$M5$	$M6$	$M7$	$M8$	$M9$	$M10$	$M11$	$Q$
Valor	0,04	0,03	0,73	0,21	1,64	0,70	0,15	0,38	0,26	0,46	0,42	0,43

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados de la Tabla F.3 del programa X13.

#### 4.8. Análisis de resultados

El [cuadro 14](#) presenta los principales resultados del proceso de ajuste estacional para el intervalo de julio de 2022 a diciembre de 2023. En particular, se muestra el gasto en bienes y servicios de consumo y producción (ajustado por inflación) en su versión efectiva, su versión desestacionalizada, y el componente de tendencia-ciclo estimado.

**Cuadro 14:** Resultados proceso de ajuste estacional

Fecha	Serie efectiva				Serie desestacionalizada				Serie tendencia-ciclo		
	Nivel	var. m/m	var. a/a	var. acum	Nivel	var. m/m	var. a/a	var. acum	Nivel	var. a/a	var. m/m anualizada
jul-22	<b>3.325</b>	3,1	-2,0	-3,7	<b>3.534</b>	1,9	-0,3	-3,8	<b>3.476</b>	-2,1	10,4
ago-22	<b>3.489</b>	4,9	11,3	-1,9	<b>3.509</b>	-0,7	10,0	-2,2	<b>3.508</b>	-0,9	11,3
sept-22	<b>3.956</b>	13,4	11,3	-0,3	<b>3.899</b>	11,1	11,1	-0,8	<b>3.528</b>	-0,7	7,1
oct-22	<b>3.240</b>	-18,1	0,9	-0,2	<b>3.491</b>	-10,5	-1,9	-0,9	<b>3.531</b>	-1,3	1,3
nov-22	<b>3.803</b>	17,4	-13,8	-1,8	<b>3.569</b>	2,2	-14,0	-2,3	<b>3.523</b>	-2,2	-2,9
dic-22	<b>5.490</b>	44,4	-10,9	-3,1	<b>3.451</b>	-3,3	-5,8	-2,6	<b>3.514</b>	-2,7	-2,8
ene-23	<b>2.417</b>	-56,0	4,4	4,4	<b>3.589</b>	4,0	-0,5	-0,5	<b>3.518</b>	-2,0	1,1
feb-23	<b>2.861</b>	18,4	-4,4	-0,7	<b>3.424</b>	-4,6	-4,2	-2,4	<b>3.528</b>	-0,4	3,5
mar-23	<b>4.153</b>	45,1	1,7	0,3	<b>3.570</b>	4,3	2,9	-0,7	<b>3.539</b>	1,4	3,8
abr-23	<b>3.131</b>	-24,6	9,0	2,4	<b>3.538</b>	-0,9	10,0	1,8	<b>3.544</b>	2,8	1,6
may-23	<b>3.564</b>	13,8	12,7	4,5	<b>3.635</b>	2,7	9,4	3,2	<b>3.539</b>	3,1	-1,4
jun-23	<b>3.171</b>	-11,0	-1,7	3,4	<b>3.494</b>	-3,9	0,8	2,9	<b>3.526</b>	2,3	-4,6
jul-23	<b>3.284</b>	3,5	-1,2	2,8	<b>3.433</b>	-1,7	-2,9	2,1	<b>3.498</b>	0,6	-9,0
ago-23	<b>3.456</b>	5,2	-0,9	2,3	<b>3.491</b>	1,7	-0,5	1,8	<b>3.459</b>	-1,4	-12,6
sept-23	<b>3.460</b>	0,1	-12,5	0,4	<b>3.420</b>	-2,0	-12,3	0,1	<b>3.414</b>	-3,2	-14,5
oct-23	<b>3.293</b>	-4,8	1,7	0,6	<b>3.448</b>	0,8	-1,2	0,0	<b>3.376</b>	-4,4	-12,7
nov-23	<b>3.491</b>	6,0	-8,2	-0,3	<b>3.288</b>	-4,6	-7,9	-0,7	<b>3.347</b>	-5,0	-9,9
dic-23	<b>4.960</b>	42,1	-9,7	-1,5	<b>3.255</b>	-1,0	-5,7	-1,0	<b>3.329</b>	-5,3	-6,3

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional.

Nota: var. acum. refiere a variación acumulada a doce meses.

Al comparar las variaciones mensuales entre la serie efectiva y la desestacionalizada, se observa una mayor volatilidad en la serie original (como se muestra en el panel (b) del [gráfico 2](#)). Esto se debe a que la serie efectiva contiene los fenómenos determinísticos identificados en el proceso de ajuste estacional, por lo que, al eliminarlos, se suavizan los movimientos de corto plazo del gasto en bienes y servicios de consumo y producción, permitiendo identificar mejor su comportamiento subyacente. En particular, al analizar el cierre del año 2023, se destaca un crecimiento del gasto del 42,1 % en diciembre respecto a noviembre del mismo año. Sin embargo, al ajustar por estacionalidad, se observa que el gasto disminuyó un 1,0 % el mismo periodo. Esto implica que el factor estacional contribuyó con 43,1 puntos porcentuales en la variación de la serie efectiva en diciembre de 2023.

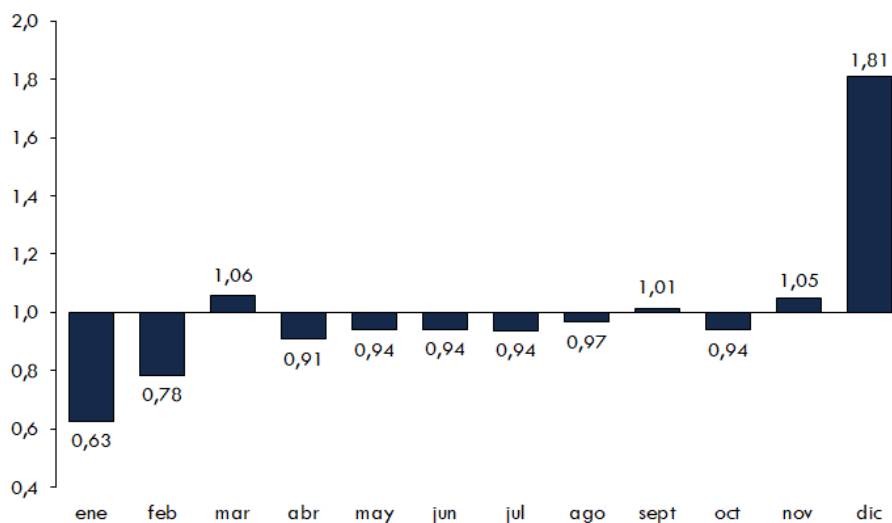
Asimismo, al analizar los factores estacionales, se concluye que el gasto en diciembre es, en promedio, un 81 % superior a su valor de tendencia-ciclo durante el período 2012-2023. En contraste, en los meses de enero, el gasto tiende a ser un 37 % inferior a su valor de largo plazo (ver [gráfico 13](#)).

Por otro lado, al estudiar la tasa de crecimiento de la serie tendencia-ciclo, se observa que la tasa interanual es similar en magnitud a la tasa mensual anualizada, aunque presenta un desfase

con respecto a esta última<sup>49</sup>. Esto permite, por lo tanto, utilizar la tasa de crecimiento mensual anualizada como una métrica de anticipación de la evolución año a año de la serie tendencia-ciclo de la variable. Por ejemplo, en febrero de 2023, la tasa mensual anualizada fue de 3,5 % en términos reales, anticipando el crecimiento de marzo, que registró un 3,1 % real anual (ver [gráfico 14](#)).

### Gráfico 13: Factor estacional promedio por mes

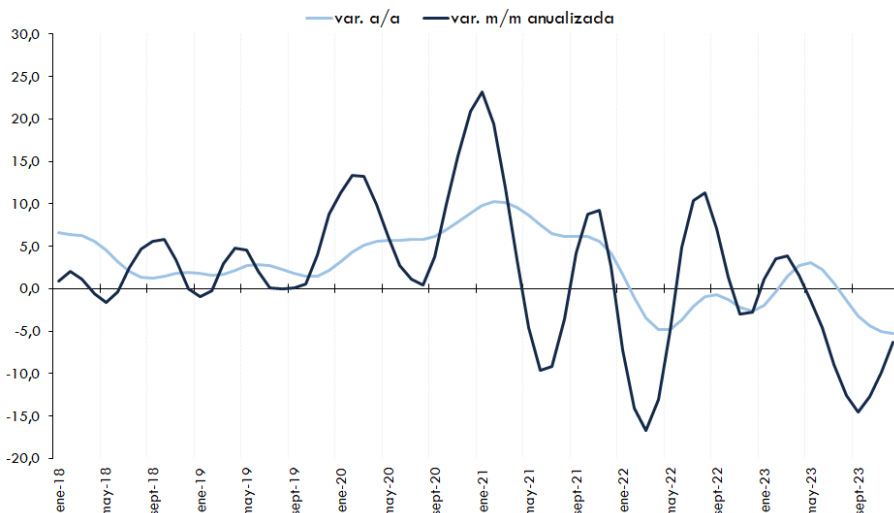
(Porcentaje promedio, 2012-2023)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

### Gráfico 14: Tasas de crecimiento de la serie tendencia-ciclo

(Porcentaje, enero 2018 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

<sup>49</sup>Debido principalmente a que la tasa interanual es una media móvil de la mensual y sus últimos once rezagos.

## 5. Conclusión

El presente documento aborda el ajuste estacional de las series fiscales de Chile publicadas en los informes de ejecución presupuestaria de la Dirección de Presupuestos, destacando la importancia de este proceso para obtener una visión más clara y precisa de las tendencias subyacentes en los ingresos y gastos del Gobierno Central. A través de la aplicación de métodos de ajuste estacional, se ha logrado eliminar la influencia de las fluctuaciones periódicas que afectan los datos fiscales, permitiendo una mejor comprensión de la dinámica fiscal del país.

En particular, el análisis del gasto en bienes y servicios de consumo mostró que esta serie presenta variaciones estacionales marcadas que, una vez ajustadas, revelan patrones de gasto más consistentes y estables a lo largo del tiempo. La eliminación de estas fluctuaciones estacionales permitió identificar la tendencia real de esta variable.

Este estudio es pionero en la desestacionalización de series fiscales en Chile, y sus hallazgos tienen el potencial de ayudar significativamente a la Dirección de Presupuestos y al Ministerio de Hacienda en el análisis de la evolución coyuntural de las finanzas públicas, así como también tornarse en una herramienta crucial para el análisis realizado por el Consejo Fiscal Autónomo en cuanto a la evaluación y monitoreo de las proyecciones de ingresos y gastos realizadas por la Dipres.

Finalmente, cabe mencionar que este trabajo establece un marco teórico y práctico utilizado por el Consejo Fiscal Autónomo para realizar un ajuste estacional de variables de interés en el análisis fiscal de Chile. Para ello, y siguiendo recomendaciones internacionales, este documento empleó la metodología no paramétrica X13-ARIMA-SEATS, desarrollada por la Oficina de Censo de Estados Unidos. Este proceso implica tomar una serie de decisiones secuenciales que afectan la calidad de los resultados. Por ello, se llevó a cabo un análisis detallado y exhaustivo para las 16 series fiscales ajustadas estacionalmente, utilizando la información proporcionada por los contrastes estadísticos del programa X13 y complementándola con un análisis de coherencia económica.

## Referencias

- **Abeln, B., Jacobs, J. y Ouwehand, P. (2019).** *CAMPLET: Seasonal Adjustment Without Revisions*. *Journal of Business Cycle Research* (2019) 15:73–95.
- **Arancibia, R. (2020).** *Fiebre de gastos de fin de año: un fenómeno estacional en el Estado de Chile*. *Revista del CLAD Reforma y Democracia*, No. 76 (mar. 2020), pp. 145-180.
- **Akaike, H. (1973).** *Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle*. In *Selected papers of Hirotugu Akaike* (pp. 199-213). New York, NY: Springer New York.
- **Banco Central Europeo (2000).** *Seasonal Adjustment of Monetary Aggregates and HICP for the Euro Area*. Banco Central Europeo, Frankfurt.
- **Box, G. E. P y D. R. Cox (1964).** *An Analysis of Transformations*. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 26, No. 2. (1964), pp. 211-252.
- **Box, G. E. P. y G. M. Jenkins, (1984).** *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 2da. Ed., Holden Day, San Francisco.

- **Bravo, H., L. Luna, V. Correa y F. Ruiz (2002)**. *Desestacionalización de Series Económicas: el Procedimiento Usado por el Banco Central de Chile*. Banco Central de Chile, documento de Trabajo, No. 177.
- **Burman, J. P. (1980)**. *Seasonal Adjustment by Signal Extraction*. Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), Vol. 143, No. 3.
- **Cleveland, R., Cleveland, W., McRae, J. y Terpenning, I. (1990)**. *STL: A seasonal-trend decomposition procedure based on loess*. Journal of Official Statistics, 6(1), 3–73.
- **Cobb, M. (2014)**. *Identifying the Sources of Seasonal Effects in an indirectly adjusted Chain-Linked Aggregate: A Framework for the Annual Overlap Method*. Munich Personal RePEc Archive (MPRA) paper No. 58033, posted 24 Aug 2014 02:24 UTC.
- **Cobb, M. y M. Jara (2013)**. *Ajuste estacional de series macroeconómicas chilenas*. Banco Central de Chile, Estudios Económicos Estadísticos No. 98 mayor 2013.
- **Cortes, J. y F. Martin (2018)**. *Desestacionalización del Índice de Actividad del Comercio al por Menor (IACM): Metodología X13 ARIMA SEATS para el efecto calendario*. Instituto Nacional de Estadísticas de Chile, documento de trabajo, No.2.
- **Dagum, E. (1980)**. *The X11 Arima Seasonal Adjustment Method*. Statistics Canada, Catalogue 12-564E.
- **Eurostat (2018)**. *Handbook on Seasonal Adjustment*. Manuals and guidelines 2018 edition.
- **Findley, D. F., B. C. Monsell, W. R. Bell, M. C. Otto, y B. Chen (1998)**. *New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program*. Journal of Business and Economic Statistics, Vol 16.
- **Foldesi, E., P. Bauer, B. Horvath y B. Urr (2007)**. *Seasonal adjustment methods and practices*. Hungarian Central Statistical Office, HoSA Handbook.
- **Gallardo, M. y H. Rubio (2009)**. *Diagnóstico de estacionalidad con X-12-ARIMA*. Banco Central de Chile, documento de trabajo, No. 76.
- **Gómez V. y A. Maravall (1994)**. *Estimation, Prediction, and Interpolation for Nonstationary Series with the Kalman Filter*. Journal of the American Statistical Association, 89(426), 611–624.
- **Gómez V. y A. Maravall, (1996)**. *Programs TRAMO and SEATS, Instructions for the User*. Banco de España.
- **Hamilton, J. D. (1994)**. *Time Series Analysis*. Princeton university press.
- **Hannan, E. J. y B. G. Quin (1979)**. *The Determination of the Order of an Autoregression*. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological): Vol. 41, Issue 2.
- **Higginson, J. (1975)**. *An F Test for the Presence of Moving Seasonality when Using Census Method II-X-11 Variant*. Statistics Canada.
- **Hurvich, C. y C-L. Tsai (1989)**. *Regression and time series model selection in small samples*. Biometrika, 76, 2, pp. 297-307.



- **INEGI (2017)**. *Metodología del ajuste estacional 2017*. Instituto Nacional de Estadísticas y Geografía, México.
- **Kalman, R. E. (1960)**. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. Journal of Basic Engineering, 82 (Series D): 35-45.
- **Ladiray, D. y B. Quenneville, (2001)**. *Seasonal Adjustment with the X-11 Method* en Lecture Notes in Statistics 158, 220 pp., Springer Verlag New York Inc., New York.
- **Lothian J. y M. Morry (1978a)**. *A test for the presence of identifiable seasonality when using the X-11 program*. Working Paper, Time Series Research and Analysis Division, Statistics Canada, Ottawa ON, Canada.
- **Maravall, A. (2012)**. *Update of seasonality tests and automatic model identification in TRAMO-SEATS*. Banco de España. (November 2012 draft.)
- **McElroy, T. (2018)**. *Seasonal adjustment subject to accounting constraints*. Statistica Neerlandica, Vol. 72, Issue 4.
- **McElroy, T., O. Pang, y B. Monsell (2019)**. *Seasonal Adjustment Subject to Frequency Aggregation Constraints*. U.S. Census Bureau, presentation July 31.
- **Monsell, B. y B. Chen (2022)**. *Identifying Seasonality*. U.S. Bureau of Labor Statistics.
- **Moulton, B y B. Cowan (2016)**. *Residual Seasonality in GDP and GDI Findings and Next Steps*. Bureau of Economic Analysis (BEA), U.S. Department of Commerce.
- **Persons W. M. (1919)**. *Indices of Business Conditions*. Review of Economic Statistics, 1.
- **Rodriguez y Berner (2020)**. *Informe concentración del gasto público en diciembre, análisis y propuestas para su control*. Fundación ObservatorioFiscal, Chile.
- **Schwarz, G. (1978)**. *Estimating the Dimension of a Model*. The Annals of Statistics, Vol. 6, No. 2. (Mar., 1978), pp. 461-464.
- **Shiskin, J., A. H. Young, y J. C. Musgrave (1967)**. *The X-11 variant of the Census Method II seasonal adjustment program*. U. S. Census Bureau, Technical Paper No.15, U.S. Department of Commerce.
- **U. S. Census Bureau (2017)**. *X-13ARIMA-SEATS Reference Manual Version 1.1*. Center for Statistical Research and Methodology. Washington, DC 20233.
- **Verbesselt, J., Hyndman, R., Newnham, G. y Culvenor, D. (2010)**. *Detecting trend and seasonal changes in satellite image time series*. Remote Sensing of Environment, 114(1), 106-115.
- **Villarreal, F. (2005)**. *Elementos teóricos del ajuste estacional de series económicas utilizando X-12-ARIMA y TRAMO-SEATS*. Serie estudios estadísticos y prospectivos No.38, División de Estadística y Proyecciones Económicas de la CEPAL.
- **Young A., (1965)**. *Estimating Trading Day Variation in Monthly Economic Time Series*. U.S. Bureau of the Census.

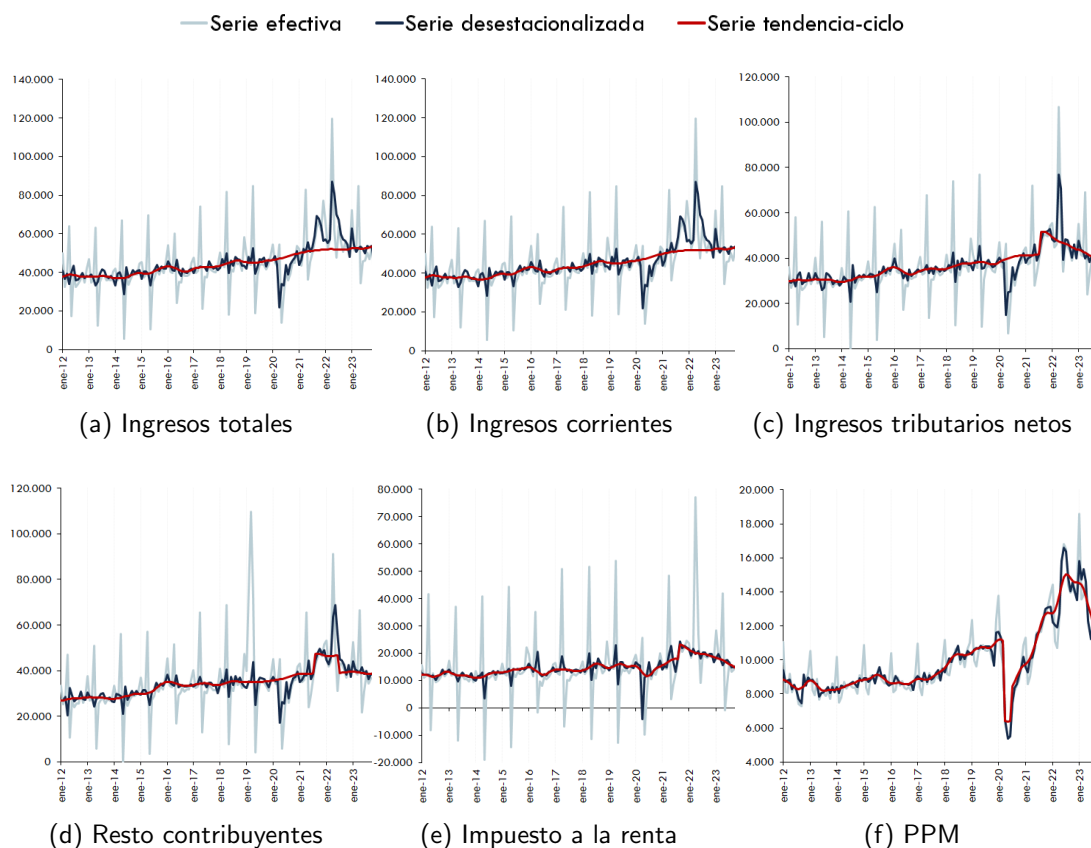
## Anexos

### A Series fiscales desestacionalizadas

A continuación, se presentan las otras 15 series fiscales desestacionalizadas que fueron determinadas junto con la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción por el proceso X13-ARIMA-SEATS.

### Gráfico A.1: Series fiscales desestacionalizadas

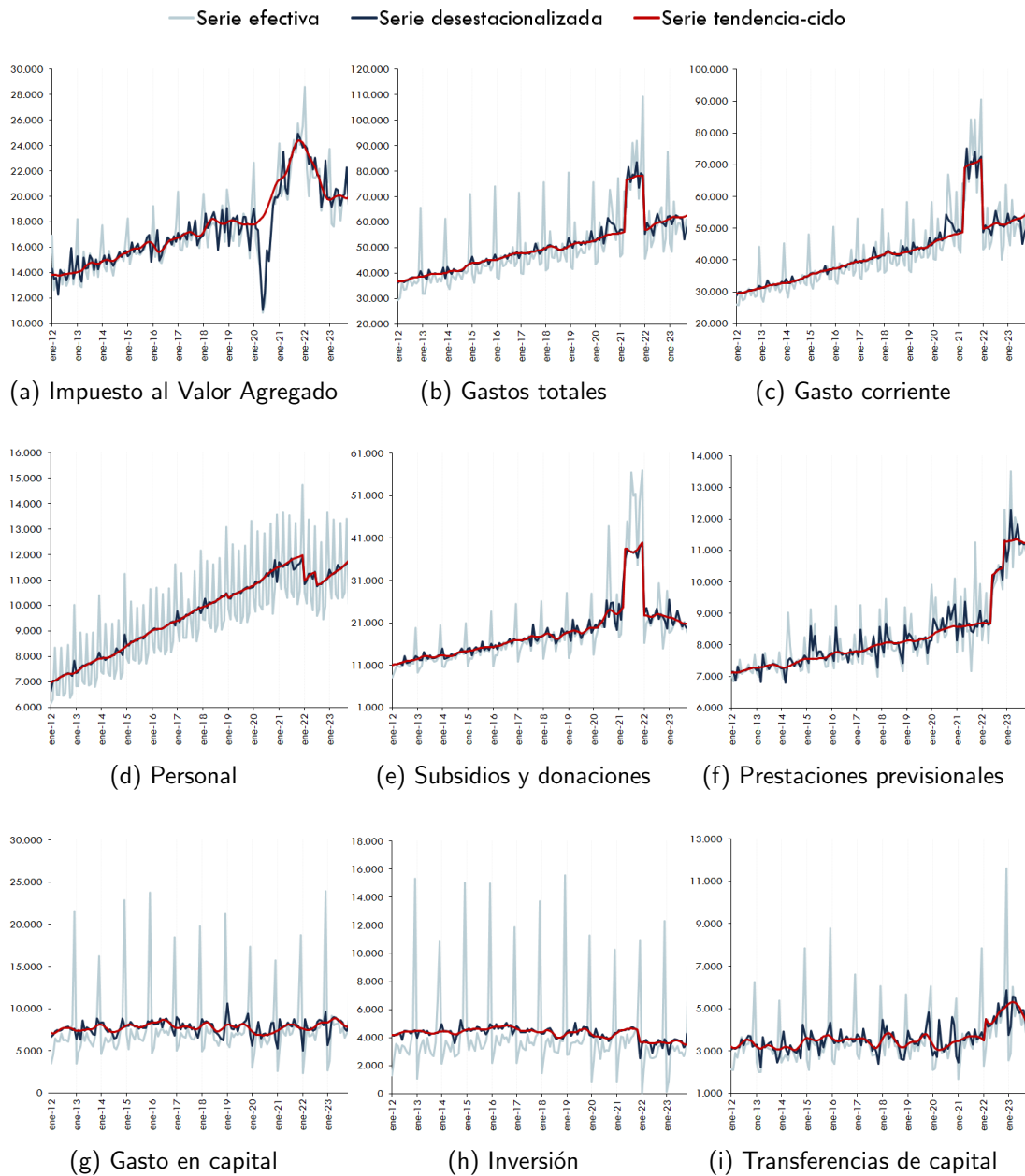
(Nivel, enero 2012 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a estimación preliminar del programa X13.

# Gráfico A.1: Series fiscales desestacionalizadas (cont.)

(Nivel, enero 2012 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a estimación preliminar del programa X13.

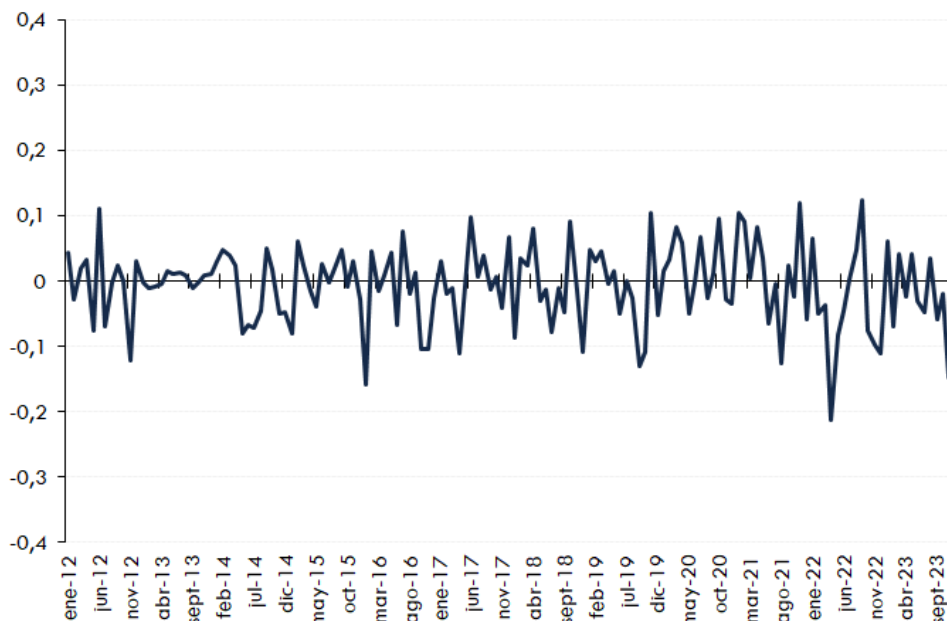
## B Diagnóstico ajuste previo: normalidad de los residuos

Como se mencionó en la [sección 3.1.5](#), para asegurar la calidad del modelo SARIMA a utilizar para pre- filtrar la serie, se debe realizar un análisis de los residuos con el objetivo de asegurar que ellos sean ruidos blancos, para ello se debe verificar que los residuos no estén autocorrelacionados en el tiempo y que distribuyan normal. A continuación, se presentan los diagnósticos entregados automáticamente por el programa X13, junto con los contrastes de normalidad de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors y Jarque-Bera.

El [gráfico B.1](#) presenta los residuos del modelo regARIMA seleccionado. Se puede observar que la volatilidad es acotada y que está centrado en el cero, lo que caracteriza a una serie de ruido blanco.

### Gráfico B.1: Residuos del modelo regARIMA

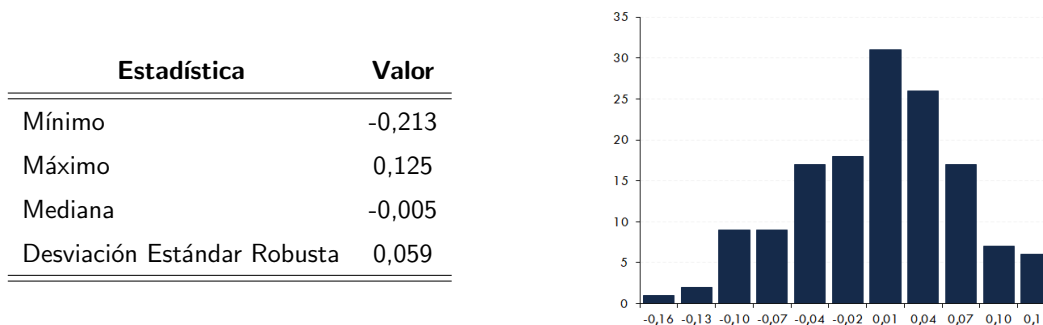
(Porcentaje, enero 2012 - diciembre 2023)



Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

Por otro lado, el [gráfico B.2](#) presenta las estadísticas descriptivas de los residuos del modelo. Se observa en el histograma un comportamiento parecido a una distribución normal, aunque con un leve sesgo a la derecha, tal como se observa con el coeficiente de asimetría (*Skewness*). En cuanto a este último, el [cuadro B.1](#) presenta los contrastes de normalidad producidos por el programa y de los test de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors y Jarque-Bera.

## Gráfico B.2: Estadísticas descriptivas residuos del modelo



Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

## Cuadro B.1: Contrastes de normalidad producidos por el programa

Estadístico	Valor
Coefficiente de Asimetría	-0,385
Geary ( <i>p-value</i> )	0,785
Coefficiente de Kurtosis	3,246
Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors ( <i>p-value</i> )	0,360
Jarque-Bera ( <i>p-value</i> )	0,150

Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

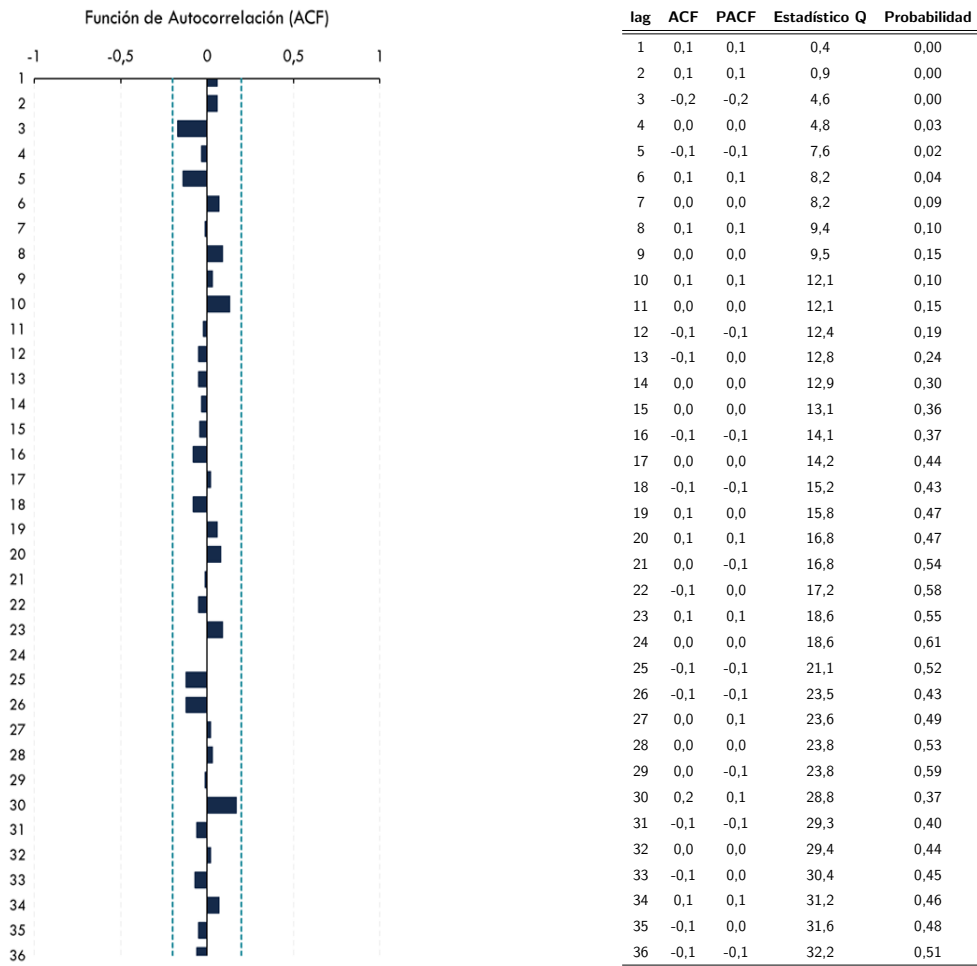
Para las cinco pruebas estadísticas del cuadro anterior la hipótesis nula ( $H_0$ ) es normalidad y sus criterios de decisión son los siguientes:

- **Coefficiente de Asimetría:** si el valor absoluto del coeficiente se sitúa entre cero y 1,5 (considerando los extremos), entonces hay evidencia estadísticamente significativa de que la distribución de los residuos del modelo es Normal.
- **Estadístico de Geary:** si el *p-value* del contraste es superior a 0,05, entonces no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que, los residuos distribuyen Normal.
- **Coefficiente de Kurtosis:** si el valor absoluto del coeficiente se sitúa entre 2 y 4 (considerando los extremos), entonces hay evidencia estadísticamente significativa de que la distribución de los residuos del modelo es Normal.
- **Estadístico de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors:** si el *p-value* del contraste es superior a 0,05, entonces no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que, los residuos distribuyen Normal.
- **Estadístico de Jarque-Bera:** si el *p-value* del contraste es superior a 0,05, entonces no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que, los residuos distribuyen Normal.

- **Estadístico Durbin-Watson:** si el estadístico del contraste está contenido entre 1,5 y 2,5 entonces no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que, no existe autocorrelación de primer orden en los residuos.
- **Estadístico Ljung-Box:** si el *p-value* del contraste es superior a 0,05, entonces no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que, los residuos no están autocorrelacionados.

Como podemos observar, los criterios de normalidad de estos contrastes se cumplen, por lo que, existe evidencia estadísticamente significativa que muestra que los residuos distribuyen normal. Por ultimo, el estadísticos de Durbin-Watson ( $DW = 1,83$ ), así como el diagnóstico de Ljung-Box (ver gráfico B.3) para la autocorrelación de los residuos, muestran que estos no están autocorrelacionados.

**Gráfico B.3:** Diagnóstico de autocorrelación muestral de los residuos del modelo



Fuente: elaboración propia de acuerdo a resultados del proceso de ajuste estacional utilizando la metodología X13-ARIMA-SEATS.

### C. Código programa X13

A continuación, se presenta el código del programa X13 utilizado para el ajuste estacional de la serie de gasto en bienes y servicios de consumo y producción.

```
1 series {file = 'VariableImputada.txt'
2         format = 'datevalue'
3         period = 12
4         span = (2012.1, 2023.12)
5         save = b1
6         print = (a1 +a1p a18 b1 +b1p)}
7
8 transform {function = log}
9
10 regression {variables = (ao2020.dec)
11             file = 'Calendario_LJ.txt'
12             format = 'Datevalue'
13             start = 1985.1
14             user = (Lunes-Jueves)
15             usertype = (td)
16             centeruser = mean
17             savelog = aictest
18             print = (rmx ats otl ao ls so a13 tc td hol a10 usr cts tdw)}
19
20 estimate {exact = arma
21           outofsample = no
22           savelog = (all)
23           print = (opt mdl est afc lks rcm acm lkf rts ref rrs rsd)}
24
25 check {maxlag = 36
26        print = (acf acp pcf pcp ap2 nrm dw hst)
27        save = (acf pcf ac2)
28        savelog = (all)}
29
30 outlier {types = all
31         savelog = id}
32
33 arima {model = (0 1 1)(1 1 1)}
34
35 forecast {maxback = 12
36           maxlead = 12
37           print = (fct)
38           save = (fct)}
39
40 x11 {mode = mult
41     seasonalma = s3x3
42     sigmalim = (1.5 1.8)
43     trendma = 13
44     final = ao
45     print = alltables
46     save = (c17 d8 d9 d10 d11 d12 d13 D16 d18)
47     savelog = (all)}
```

## D. Ficha técnica series fiscales desestacionalizadas

Variables Fiscales	Transformación <sup>(1)</sup>	Descomposición	Modelo Calendario <sup>(2)</sup>	Tipo de Outliers <sup>(3)</sup>	Modelo SARIMA <sup>(4)</sup>	Normalidad de los Residuos	Media Móvil <sup>(5)</sup>	Media de Henderson <sup>(6)</sup>
<b>Ingresos totales</b>	<b>No</b>	<b>Aditivo</b>	<b>No</b>	<b>ao, tc, ls</b>	<b>(0 1 1)(0 1 2)</b>	<b>Si</b>	<b>M3x3</b>	<b>H13</b>
<b>Ingresos patrimonio neto*</b>	No	Aditivo	No	ao, tc, ls	(0 1 1)(0 1 2)	Si	M3x3	H13
Ingresos tributarios netos	No	Aditivo	No	ao, tc, ls	(1 0 1)(1 0 2)	Si	M3x3	H13
Tributación resto contribuyentes	No	Aditivo	No	ao, tc, ls	(1 0 1)(1 0 2)	Si	M3x3	H13
Impuesto a la renta	No	Aditivo	No	ao, ls	(0 1 1)(0 1 1)	Si	M3x3	H13
Impuesto al Valor Agregado	Log	Multiplicativo	No	tc	(0 1 1)(0 1 1)	Si	M3x5	H13
Pagos Provisionales Mensuales	Log	Multiplicativo	No	ao, tc, ls	(0 1 0)(0 1 2)	Si	M3x5	H13
<b>Gastos totales</b>	<b>Log</b>	<b>Multiplicativo</b>	<b>Feriados</b>	<b>const, ao, tc, ls</b>	<b>(0 1 1)(0 1 1)</b>	<b>Si</b>	<b>M3x1</b>	<b>H13</b>
<b>Gasto corriente*</b>	Log	Multiplicativo	Feriados	ao, tc, ls	(0 1 1)(0 1 1)	Si	M3x1	H13
Personal	Log	Multiplicativo	No	const, ao, tc, ls	(0 1 2)(0 1 2)	Si	M3x5	H13
Bienes y servicios de consumo y producción	Log	Multiplicativo	Lunes-Jueves	ao	(0 1 1)(1 1 1)	Si	M3x3	H13
Subsidios y donaciones	Log	Multiplicativo	Feriados	ao, ls	(0 1 1)(0 1 1)	Si	M3x3	H9
Prestaciones previsionales	Log	Multiplicativo	Lunes-Viernes	ao, tc, ls	(0 1 1)(0 1 1)	Si	M3x3	H13
<b>Gasto de capital**</b>	Log	Multiplicativo	Lunes-Viernes	ao	(1 0 0)(1 1 2)	Si	M3x5	H13
Inversión	No	Aditivo	Feriados	ao, ls	(1 0 0)(2 1 1)	Si	M3x3	H13
Transferencias de capital	Log	Multiplicativo	Lunes-Viernes	ls	(1 0 0)(1 1 2)	Si	M3x5	H13

Fuente: elaboración propia del CFA a partir del proceso de ajuste estacional no paramétrico X13-ARIMA-SETAS.

(\*): componente que se contabiliza como Transacciones que Afectan al Patrimonio Neto.

(\*\*): componente que se contabiliza como Transacciones en Activos No Financieros.

(1): selección de transformación según criterios de información de la estimación por máxima verosimilitud de la serie no transformada y log-transformada (Log refiere a logaritmo natural).

(2): se pusieron a prueba siete modelos de calendario según la estructura del calendario chileno: i) modelo de días laborales de lunes a jueves; ii) modelo de días laborales hábiles de lunes a jueves con cantidad de feriados; iii) modelo de días laborales de lunes a viernes; iv) modelo de días laborales hábiles de lunes a viernes con cantidad de feriados; v) modelo de semana completa; vi) modelo de semana completa hábil con cantidad de feriados y vii) modelo de feriados de días laborales (lunes a viernes). Las series fiscales que no presentan efecto calendario, fue porque ningún modelo tuvo significancia económica y estadística.

(3): se testearon valores atípicos (*outliers*) de tipo aditivo (ao), cambio temporal (tc), cambio de nivel (ls) y rampa (rp) para modelar eventos en el horizonte temporal de la variable, tales como los períodos siguientes al boom del precio del cobre, terremoto del 27-F, Covid-19, retiros del 10% de los fondos de AFP y transferencias fiscales. Los valores atípicos empleados para modelar las anomalías en la serie original en el marco de la pandemia del COVID-19 están en línea con las directrices internacionales establecidas en la nota metodológica de Eurostat titulada *Guidance on Time Serie Treatment in the Context of the COVID-19 Crisis*, disponible en [www.ec.europa.eu](http://www.ec.europa.eu).

(4): identificación del modelo SARIMA(p d q)(P D Q)<sub>s</sub> utilizando la metodología propuesta por [Box y Jenkins \(1976\)](#).

(5): las medias móviles utilizadas por el módulo X11 del programa X13-ARIMA-SEATS son utilizadas para estimar el componente estacional. Estas medias son convoluciones de medias móviles simples del tipo  $3 \times n$ ,  $n \in \{1, 3, 5, 9\}$ .

(6): las medias de Henderson utilizadas por el módulo X11 del programa X13-ARIMA-SEATS son utilizadas para estimar el componente tendencia-ciclo. Suelen utilizarse medias de 9, 13 y 23 términos. Para mayor detalle revisar sección A.6.2 de "Elementos teóricos del ajuste estacional de series económicas utilizando X12-ARIMA y TRAMO-SEATS" de [Villareal \(2005\)](#).





CFA

CONSEJO  
FISCAL  
AUTÓNOMO

Documentos de  
trabajo